

التاريخ : الإثنين 12 ماي 2008
المدة : ساعتان

ثانوية أبي ذر الغفاري - فنوغيل - أدرار
المستوى : أقسام السنة الأولى جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

(إختبار الثلاثي الأخير في مادة الرياضيات)

التمرين الأول : (06 نقاط)

الجدول التالي يبين علامات 20 تلميذا لقسم السنة الأولى ثانوي في امتحان مادة الرياضيات :

العلامات (على 20)	3	5	8	12	16
التكرارات (عدد التلاميذ)	4	6	5	2	3

1. أعط جدولا احصائيا ، مبينا فيه: التواترات ، التكرارات المجمعة الصاعدة ، التكرارات المحمّعة النازلة.

2. أحسب كل من :الوسط الحسابي ، المدى ، الوسيط ، المنوال لهذه السلسلة الإحصائية.

التمرين الثاني : (06 نقاط)

x عدد حقيقي ، ولتكن الدالة f المعرفة كما يلي: $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$

1. عين مجموعة تعريف الدالة f .

2. بين ، أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D : $f(x) = 1 + \frac{1}{x+1}$.

3. أدرس تغيرات الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; -1[$ و $]-1; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

4. أوجد ترابط الدوال المرجعية التي تسمح بالمرور من x إلى $f(x)$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

x عدد حقيقي، ولتكن العبارة الجبرية $f(x)$ ، حيث : $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$

1. حل، في $\mathbb{R}$ ، المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x) = 0$ ، ثم حل العبارة $f(x)$.

2. أدرس إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم استنتج مجموعة حلول المتراجحة : $f(x) \leq 0$.

3. عين مجموعة قيم العدد الحقيقي x ، حتى يكون : $|f(x)| = -f(x)$

4. حل، في $\mathbb{R}$ ، المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $2x^4 + 5x^3 - 3x^2 \leq 0$

5. حل، في المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي α التالية: $2\sin^2 \alpha + 5\sin \alpha - 3 = 0$

عن أستاذي المادة : ق. نوفة و ب. فريح
بالتوفيق

التمرين الأول : (06 نقاط)

1. إعطاء الجدول الإحصائي :

ت.م.ن	ت.م.ص	التواترات	التكرارات	العلامات
20	4	0.20	4	3
16	10	0.30	6	5
10	15	0.25	5	8
5	17	0.10	2	12
3	20	0.15	3	16

2. حساب مؤشرات السلسلة الإحصائية:

المدى : $e = 16 - 3 = 13$

المنوال : $\text{Mod} = 5$

الوسيط : وسط القيمتين اللتين رتبتهما 10 و 11، أي: $\text{Med} = 6.5$

الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i n_i}{N} = \frac{3 \times 4 + 5 \times 6 + 8 \times 5 + 12 \times 2 + 16 \times 3}{20} = \frac{154}{20} = 7.70$$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

1. تعيين D مجموعة تعريف الدالة f :

(الدالة f معرفة) يكافئ : $x + 1 \neq 0$ أي: $x \neq -1$

ومنه: $D = \mathbb{R} - \{-1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$

2. ليكن x عدد حقيقي من D ،

لدينا : $1 + \frac{1}{x+1} = \frac{x+1+1}{x+1} = \frac{x+2}{x+1} = f(x)$

إذن : لأجل كل x من D : $f(x) = 1 + \frac{1}{x+1}$

3. دراسة تغيرات الدالة f :

أ- على المجال $]-\infty; -1[$: ليكن x_1 و x_2 من هذا المجال:

$\frac{1}{x_1+1} \square \frac{1}{x_2+1}$ و $x_1 \square x_2$ ومنه : $x_1 + 1 \square x_2 + 1$ أي: $\frac{1}{x_1+1} \square \frac{1}{x_2+1}$ وعليه

$f(x_1) \square f(x_2)$ وهذا يعني أن : $\frac{1}{x_1+1} + 1 \square \frac{1}{x_2+1} + 1$

و بالتالي : الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; -1[$

ب- على المجال $]-1; +\infty[$: ليكن x_1 و x_2 من هذا المجال:

$\frac{1}{x_1+1} \square \frac{1}{x_2+1}$ و $x_1 \square x_2$ ومنه : $x_1 + 1 \square x_2 + 1$ أي: $\frac{1}{x_1+1} \square \frac{1}{x_2+1}$ وعليه

$f(x_1) \square f(x_2)$ وهذا يعني أن : $\frac{1}{x_1+1} + 1 \square \frac{1}{x_2+1} + 1$

و بالتالي : الدالة f متناقصة تماما على $]-1; +\infty[$

جدول التغيرات :

x	$\infty+$	-1	$\infty-$
$f(x)$			

4. إيجاد ترابط الدوال التي تسمح بالمرور من x إلى $f(x)$:

لدينا : $x \square x+1 \square \frac{1}{x+1} \square 1 + \frac{1}{x+1}$

و بالتالي : للمرور من x إلى $f(x)$ ، نستعمل ترابط الدوال

المرجعية : التألفية $x \square x+1$ ، ثم الدالة "مقلوب" ، ثم

الدالة التألفية السابقة نفسها : $x \square x+1$.

التمرين الثالث : (08 نقاط)

1. حل، في $\mathbb{R}$ ، المعادلة $f(x) = 0$: $a=2$; $b=5$; $c=-3$

لنحسب المميز : $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 49$

و بمأن : $\Delta \square 0$ ، فإن المعادلة تقبل حلين متميزين ، هما :

$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5+7}{4} = \frac{1}{2}$; $x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5-7}{4} = -3$

- تحليل العبارة $f(x)$:

$f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+3)$

2. دراسة إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$:

قيم x	$\infty+$	$\frac{1}{2}$	-3	$\infty-$
$x - \frac{1}{2}$	+	-	-	-
$x+3$	+	+	-	-
$f(x)$	+	-	+	+

- استنتاج حلول المتراجحة : من الجدول ، فإن : $S = \left[-3; \frac{1}{2}\right]$

3. عين مجموعة قيم x ، حتى يكون : $|f(x)| = -f(x)$

$|f(x)| = -f(x)$ تعني أن : $f(x) \leq 0$ ، و حسب ما سبق ، فإن

قيم x هي : $S = \left[-3; \frac{1}{2}\right]$

4. حل، المتراجحة : $2x^4 + 5x^3 - 3x^2 \leq 0$

$2x^4 + 5x^3 - 3x^2 \leq 0$ تكافئ : $(2x^2 + 5x - 3)x^2 \leq 0$

تكافئ : $f(x) \times x^2 \leq 0$

حل المتراجحة الأخيرة يعتمد على دراسة إشارة الجداء :

$x^2 f(x)$ ، و بما انه : من أجل كل عدد حقيقي x ، فإن : $x^2 \geq 0$

فإن إشارة $x^2 f(x)$ هي نفسها إشارة $f(x)$ ، و عليه :

$f(x) \times x^2 \leq 0$ تكافئ : $f(x) \leq 0$ ،

و حسب ما سبق ، فإن مجموعة الحلول هي : $S = \left[-3; \frac{1}{2}\right]$

5. حل، في المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ المعادلة : $2\sin^2 \alpha + 5\sin \alpha - 3 = 0$

$\begin{cases} 2x^2 + 5x - 3 = 0 \\ \sin \alpha = x ; -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$ تكافئ $2\sin^2 \alpha + 5\sin \alpha - 3 = 0$

و هذه المعادلة قد حلت سابق، و بالتالي : $\left(\sin \alpha = \frac{1}{2}\right) \square (\sin \alpha = -3)$

وبما أن : $-3 \notin [-1, 1]$ ، فإن :

$\left(\sin \alpha = \frac{1}{2}\right) \text{ تعني أن : } \left(\sin \alpha = \frac{1}{2}\right) \cup \left(\sin \alpha = -3\right)$ $\alpha \in \left\{\frac{\pi}{6}\right\}$ ومن الدائرة المثلثية: مجموعة الحلول هي:	
--	--