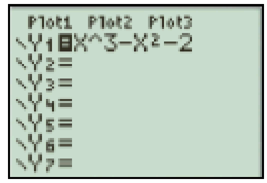
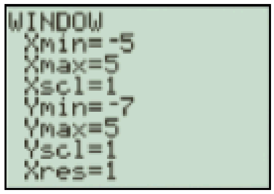
1.الدوال:

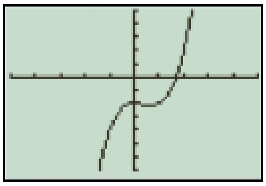
I. تمثيل دالة :

نعتبر الدالة f المعرفة على ℝ بـ : $f(x)=x^3-x^2-2$

❶ Y= ❷ WINDOW ❸ GRAPH

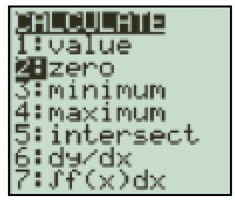


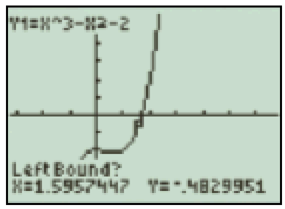


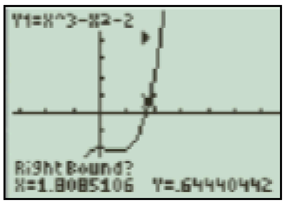


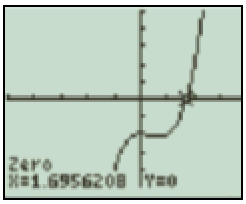
II. قراءة الفاصلة α لنقطة تقاطع المنحني مع محور الفواصل:

❶ 2nd TRACE ❷ باستعمال ◄ ► عين فاصلة أصغر من α ثم انقر ENTER ❸ عين فاصلة أكبر من α ثم انقر ENTER ❹ اضغط مرة أخرى على ENTER و نقرأ $\alpha \approx 1,6956208$









المتتالية من الشكل $u_n=f(n)$

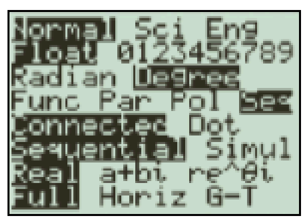
- نمثل المتتالية (u_n) المعرفة على ℕ بـ: $u_n=2n^2-n-3$

❶ ونحدد الخاصية seq MODE

❷ نستعمل Y= و لكتابة 1 0 X,T,θ,n

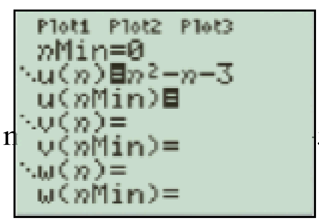
❸ n 2nd WINDOW ENTER ENTER

2nd GRAPH

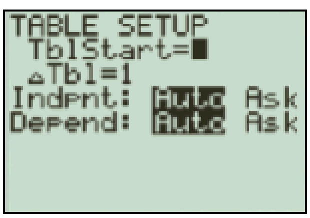


❺

Y n 5

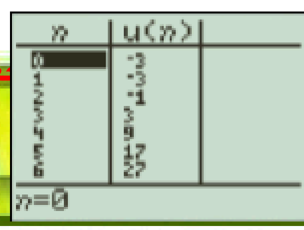


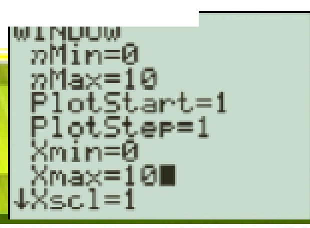
WINDOW

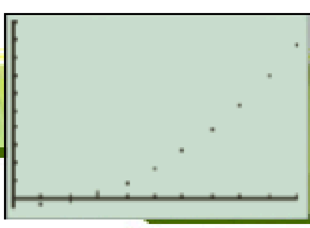


GRAPH

3. ...عية:

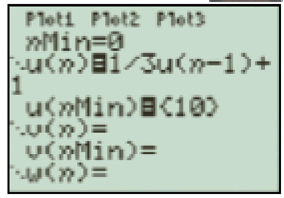




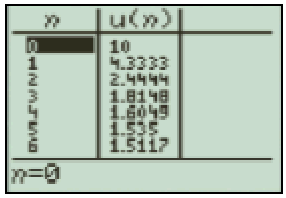


• نمثل المتتالية (u_n) المعرفة على ℕ بـ: $u_0 = 5$ و من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ ، $u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + 1$

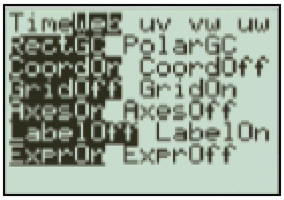
❶ الخاصية seq، لكتابة u نضغط



❷ ثم

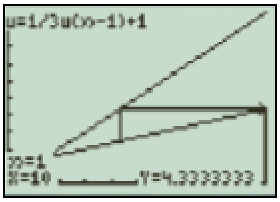


❸



❹ ونختار web

نختار النافذة، ثم

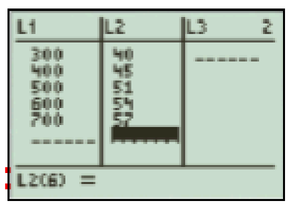


4.الإحصاء:

فيما يلي نعتبر السلسلة الاحصائية التالية:

الكتلة (g)	300	400	500	600	700
التكرار	40	45	51	54	57

❶ EDIT و ا… وائم في

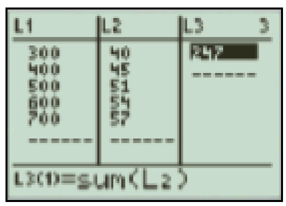


❷ لإتمام التكرار الإجمالي في L3 :

MATH5

2 (L2)

3(L3

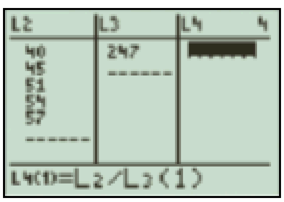


❸ لإظهار سلسلة التواترات في L4 ،

حدد L4 ثم

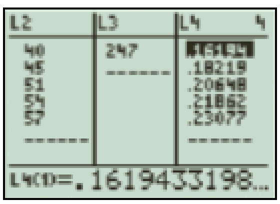
(L2)2

( ) ثم (Sum()



❹ انقر ل… النتائج

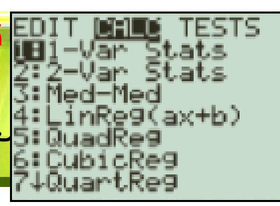
العمود L4

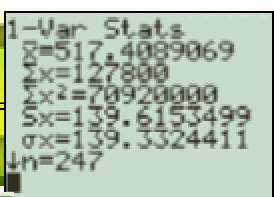


❶ CALC) 1)

❷ L1 ، L2

❸ و نقرأ $\overline{X}$ ، σ_X ، Q_1 و Q_3





1. تراجعيا

• معرفة عل … ن أجل كل عد … u_{n+1} =

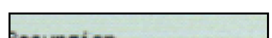
❶ (RANG)8

264

❷ (RECUR

❸

❹



(TYPE) و نتمم كما يلي: (TABL) نختار النافذة

(a_{n+1}) . نستعمل

من أجل a_n (G,PLT)

2. متتالية من الشكل $u_n = f(n)$:

- نمثل المتتالية (u_n) المعرفة على ℕ بـ: $u_n = 2n^2 - 3n - 4$

❶ (RANG)8 ❸ (TYPE) ❷ (RECUR)

(a_n). نكمل a_n

نستعمل من أجل n

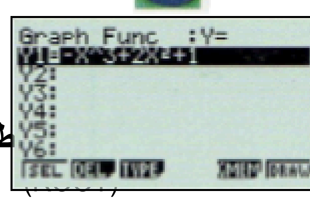
❹ (TABL) ❺ ونتمم ❻ (TABL) (G,PLT)

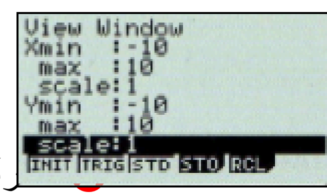
3. الدوال: فيما يلي نعتبر الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 1$

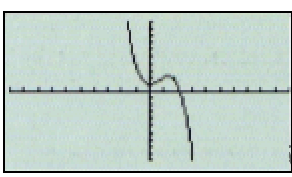
- **تمثيل دالة:**

❶ MENU 5 (GRAPH) ❷ SHIFT F3 ❸ EXIT F6

نتمم باستعمال X,θ,T من أجل X و نتمم كما يلي: (DRAW)

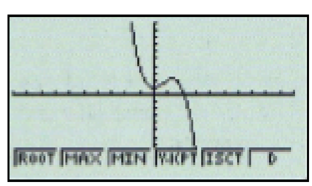


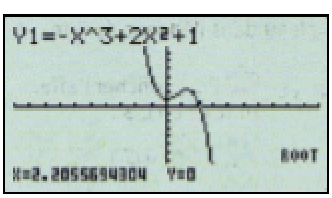




- قـ ... طع المنا ... أ فاصلة

❶ SHIFT F5 F1





4. الإحصاء:

فيما يلي نعتبر السلسلة الإحصائية التالية:

الكتلة (g)	320	330	340	350	360	370	380
التكرار	2	6	19	24	22	19	8

❶ و أتمم (STAT) 2 ❷ لإظهار التكرار الكلي في L3 : (LIST) ❸ من أجل إظهار سلسلة التواترات في L4، نحدد في الأعلى L4 و: ❹ و العمود L4 يتمم

(LIST) 2) sum) (LIST) 3) LIST) 2 ([)

(])

حساب مقاييس النزعة المركزية و مقاييس التشتت:

❶ (SET) ❷ (CALC) ثم (1VAR) ❸ (List1)، نقرأ $\overline{X}$

(List2) و الانحراف المعياري $s = X\sigma n$

، ونقرأ Q_1 و Q_3

محتويات البرنامج

1. التحليل

المحتوى المعرفي	الكفاءات المستهدفة	توجيهات وتعاليق و أنشطة
• **المتتاليات العددية** المتتاليات المحدودة من الأعلى، المتتاليات المحدودة من الأسفل، المتتاليات المحدودة. المتتاليات الرتيبة. المتتاليات المتقاربة.	- تبيان أنّ متتاليات محدودة من الأعلى أو محدودة من الأسفل أو محدودة. - التعرّف إن كانت متتالية رتيبة. - تبيان إن كانت متتالية متقاربة.	بالنسبة إلى دراسة تغيرات متتالية، نقترح أمثلة نتناول فيها دراسة إشارة الفرق $u_{n+1} - u_n$ أو مقارنة النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ بالعدد 1 أو الرجوع إلى تغيّرات الدالة f في حالة متتالية حدّها العام $u_n = f(n)$. نعتمد في دراسة المتتاليات المقاربة على المقاربة الحدسية لمفهوم نهاية دالة (برنامج السنة الثانية).

المتتاليات (u_n) بحيث $u_{n+1} = au_n + b$	- التعرف على متتالية معرفة بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = au_n + b$ وحساب حدودها. - البرهان بالتراجع على صحة خاصية في حالة بسيطة.	تقبل النظريات حول المتتاليات المحدودة والمتتاليات الرتيبة والتي يمكن تجسيدها باستعمال الحاسبة أو المجدول. نتناول بالخصوص حالة متتاليات هندسية. نجعل التلميذ يدرك أنّ المتتالية (u_n) حيث $u_{n+1} = au_n + b$ حالة خاصة للمتتالية التراجعية $u_{n+1} = f(u_n)$ مع f الدالة التآلفية $x \mapsto ax + b$. ندرس رتابة المتتالية (u_n) حسب رتابة الدالة f ، كما ندرس تقاربها بالاستعانة بالمتتالية الهندسية المرفقة (v_n) حيث $v_n = u_n - \frac{b}{1-a}$. مثال: دراسة إيداع رصيد معطى مع سحب سنوي لمبلغ معيّن. نختار دستورا بسيطا (مثل مجموع n عددا أوليا الأولى، مجموع n مربعا الأولى، ...) لتأسيس مبدأ الاستدلال بالتراجع.
• **الدوال العددية** الاستمرارية.	- فهم معنى دالة مستمرة على مجال.	بالنسبة إلى مفهوم الاستمرارية، نقتصر على مقاربة حدسية ونعطي مثالا لدالة غير مستمرة عند نقطة. نذكّر بأنّ الأسهم المائلة في جدول تغيرات لدالة تترجم استمرارية ورتابة الدالة على المجال المعتبر. نقبل بأنّ كلّ الدوال المحصل عليها بالعمليات على دوال مألوفة أو بتركيبها مستمرة على كلّ من المجالات التي تكون معرفة عليها.
الاستمرارية والمعادلات: نظرية القيم المتوسطة.	- فهم خاصية القيم المتوسطة وتطبيقها في البحث عن	تُقبل خاصية القيم المتوسطة وتفسّر بيانيا.

	الحلول المقربة لمعادلات من الشكل: $f(x)=\lambda$.	
مفهوم دالة مركبة.	- تعريف مركب دالتين. - التعرّف على دالة كمركب دالتين بسيطتين.	نذكر هنا ترابط الدوال المرجعية المدروس في السنة الأولى. نركز على شرط وجود دالة مركب دالتين.
اشتقاق دالة مركبة دالتين.	- حساب $(g\circ f)'$ في حالة f قابلة للاشتقاق على مجال I و g قابلة للاشتقاق على $f(I)$.	يعطى مثال لحساب $(g\circ f)'(x_0)$ في حالة بسيطة (f دالة خطية و g دالة مرجعية أخرى). يقبل الدستور الذي يعطي $(g\circ f)'(x_0)$ في الحالة العامة لدوال قابلة للاشتقاق عند x_0 .
تتمات على النهايات: العمليات على النهايات؛ نهاية دالة مركب؛ النهاية بالمقارنة.	- تعيين نهاية دالة بتطبيق النتائج على نهايات مجموع أو جداء أو حاصل قسمة أو النظريات المتعلقة بنهايات دالة كثير حدود أو دالة ناطقة عند ∞ .	نكمل النتائج المحصل عليها في السنة الثانية ونقتصر على مقاربة حدسية. لتعيين النهايات عند ∞ للدوال كثيرات الحدود والناطقة، نطبق القواعد الإجرائية على الحدود الأعلى درجة. نقبل النظرية المتعلقة بنهاية دالة مركب دالتين مستمرتين عند ∞ ونفسّر بيانيا النظريات التي تعطي النهاية بالمقارنة. بالنسبة إلى الترميز المتعلق بنهاية دالة f عند x_0 يستبدل الترميز المتداول $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ بالترميز $\underset{x_0}{\lim}\, x \mapsto f(x)$.
المستقيات المقاربة: الوضع النسبي لمنحن والمستقيم المقارب.	- تعيين المستقيمات المقاربة الموازية لمحوري الاحداثين. - اثبات وجود مستقيم مقارب مائل بالنسبة إلى منحن ممثل لدالة وتعيين معادلة له في حالة دالة f معرفة كما يلي: $f(x)=ax+b+\varphi(x)$ وتحديد الوضع النسبي للمنحني والمستقيم المقارب.	يبرر وجود مستقيم مقارب بالنسبة لمنحن ممثل لدالة وكذا الوضع النسبي للمنحني والمستقيم المقارب الممكن لهذا المنحني.
الدوال الأصلية لدالة على مجال.	- تعريف دالة أصلية لدالة على مجال.	يربط بين مفهومي المشتقة والدالة الأصلية.

	- تعيين دالة أصلية لدالة تحقق شرطا معينا وتفسير ذلك بيانيا.	نقبل أنّه إذا كانت f دالة مستمرة على مجال I فإنّ f تقبل دوالا أصلية على I تختلف بثابت فقط. عند البحث عن الدوال الأصلية، يدرّب التلميذ على قراءة جدول المشتقات عكسيا. تعطى أمثلة لدالة أصلية لدالة تحقق شرطا معينا من مجال الاقتصاد (العلاقة بين الكلفة الهامشية والكلفة الإجمالية).
تكامل دالة خواص التكامل: الخطية؛ علاقة شال؛ الترتيب. القيمة المتوسطة لدالة على مجال.	- حساب $\int_a^b f(t)\,dt$. - حساب القيمة المتوسطة لدالة وتفسيرها.	انطلاقا من مثال بسيط (دالة تآلفية أو الدالة مربع)، نربط بين الدالة الأصلية ومساحة الحيز تحت المنحني الممثل لدالة. نقبل بتعميم النتيجة بالنسبة إلى دالة مستمرة وموجبة على مجال وندخل كتابة التكامل $\int_a^b f(t)\,dt$ في الحالة العامة. يحرص على شرح دور المتغيّر في هذه الكتابة كما ندخل الكتابة $\int_a^x f(t)\,dt$. تعطى أمثلة تطبيقية من مجال الاقتصاد.
الدالة اللوغاريتم النيبيري؛ الدالة الأسية: الخواص المميزة؛ المشتقة؛ التمثيل البياني؛ السلوك التقاربي. الكتابة e^x . الدالة اللوغاريتم للأساس a مع $a \neq 1$ و $a > 0$ ؛ الدالة اللوغاريتم العشري.	- تعريف الدالة اللوغاريتم النيبيري أو الدالة الأسية ومعرفة الخواص المميزة لكلّ منهما. - استعمال حاسبة لحساب قيم دوال لوغاريتم نيبيري أو دوال أسية. - حلّ معادلات ومتراجحات تتضمن لوغاريتمات أو أسيات. - حساب نهايات جداءات أو حواصل قسمة يتدخل فيها x^n ، $\ln x$ ، $\exp(x)$. - دراسة دوال من الشكل $\ln \circ u$ أو $\exp \circ u$. - استعمال الكتابات المألوفة $\ln x$ ، e ، $\log x$ ، e^x .	ندخل الدالة اللوغاريتم النيبيري كالدالة الأصلية للدالة $t \mapsto \frac{1}{t}$ التي تنعدم من أجل $x = 1$ مع الملاحظة أنها أيضا مساحة الحيّز تحت المنحني الممثل للدالة $t \mapsto \frac{1}{t}$ بين 1 و x من أجل x موجب. تسمح دراسة الخواص المميزة لهذه الدالة بإبراز الدور الهام لها في الحساب العددي. بالنسبة إلى إدخال الدالة $x \mapsto \exp(x)$ ، نقبل بوجود دالة تسمح بإرفاق بـ $\ln x$ العدد x . تقبل النتائج المتعلقة بالنهايات المشهورة.

الدالة الأسية للأساس a مع $a>0$ و $a\neq 1$ ؛ الدوال القوى. التزايد المقارن للدوال اللوغاريتم والقوى والأسية.	- حلّ مشكلات متعلقة بإبداع أو تسديد تتدخل فيها اللوغاريتمات أو الأسيات. معرفة وتفسير النهايات: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ ، $\lim\limits_{x\to 0^+}x\ln x=0$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^x=0$	نبيّن لماذا يوافق اللوغاريتم العشري لعدد طبيعي عدد أرقامه وأهمية المقاييس اللوغاريتمية. تعطى أمثلة من مجال الاقتصاد والرياضيات المالية. نجعل التلميذ يلاحظ، انطلاقا من التمثيلات البيانية للدوال $x\mapsto \ln x$ ، $x\mapsto e^x$ ، $x\mapsto x^n$ حيث n عدد طبيعي غير منعدم، أنّ هذه الدوال تؤول كلّها نحو $+\infty$ عندما $x\to+\infty$ ، لكن سلوكها مختلف ومن ثمّ استنتاج التزايد المقارن لها: في اللانهاية، تتفوق الدالة الأسية على الدالة " قوة " والدالة " قوة " على الدالة اللوغاريتم. في هذا المجال يمكن استعمال الحاسبة البيانية أو المجدول لتجسيد هذه السلوكات.

2. الإحصاء والاحتمالات

المحتوى المعرفي	الكفاءات القاعدية	توجيهات وتعاليق وأنشطة
● **الإحصاء** السلاسل الإحصائية لمتغيرين عدديين: تعريف. سحابة نقط؛ النقطة المتوسطة. تعديل خطي.	- تعريف سلسلة إحصائية لمتغيرين عدديين. - تمثيل سلسلة إحصائية لمتغيرين عدديين بسحابة نقط. - تعيين إحداثيي النقطة المتوسطة. - إنشاء مستقيم تعديل خطي .	تعطى أمثلة عن سلاسل إحصائية لمتغيرين عدديين مثل، القامة والوزن، الأجرة والسّن لمجتمع معيّن. في معلم متعامد، نسمّي سحابة نقط مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث x و y هما متغيرا السلسلة. نقصد بالنقطة المتوسطة النقطة $G(\overline{x};\overline{y})$. تقترح أمثلة حيث تعطي مجموعة الثنائيات $(x;\ln y)$ أو $(\ln x;y)$ تمثيلا أكثر مقروئية وبالتالي تسهل الترجمة. وهي مناسبة للتطرق إلى المعالم اللوغاريتمية المستعملة في الاقتصاد. عندما يكون لسحابة النقط المرفقة بسلسلة إحصائية لمتغيرين عدديين شكل متطاول، نتساءل عن إمكانية إنشاء مستقيم تقع حوله نقط السحابة.

نشرح مبدأ المربعات الدنيا، حيث نحسب $S = M_1P_1^2 + M_2P_2^2 + \ldots + M_nP_n^2$ من أجل $i = 1,2,\ldots,n$ ، حيث M_i هي نقط السحابة ذات الاحداثيات $(x_i ; y_i)$ و P_i هي نقط المستقيم ذات الاحداثيات $(x_i ; ax_i + b)$. نقبل بوجود مستقيم (يسمّى مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا) يشمل النقطة المتوسطة للسحابة ويجعل المجموع S أصغريا. نحصل على معاملات المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا بالدساتير الآتية والتي تقبل دون برهان: $a = \dfrac{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\right) - \overline{xy}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x - \overline{x}\right)^2}$ $b = \overline{y} - a\overline{x}$ أو بالاستعانة بحاسبة. نجعل التلميذ يدرك بأنّ القيام بتسوية خطية يعني إيجاد دالة خطية تعبّر بكيفية تقريبية عن y بدلالة x وتستغل هذه الدالة للقيام باستكمالات داخلية أو استكمالات خارجية. تكون الدراسة بمحاكاة وعلى مثال لظاهرة عشوائية لها إمكانيتين. مثال: نسترجع نتائج رمي قطعة نقدية 500 مرة. نقوم بمحاكاة 500 رمية عددا كبيرا من المرات ونلاحظ توزيع النتائج المتعلقة بـ " الوجه"، مثلا ونقرّر إن كانت النتيجة التجريبية المعطاة مقبولة.	- إنجاز محاكاة لتبيان تلاؤم معطيات تجريبية مع قانون متساوي الاحتمال.	المحاكاة: تلاؤم معطيات تجريبية مع قانون متساوي الاحتمال.
يمدد هنا العمل الذي شرع فيه في السنة الثانية بالتركيز على استعمال الجداول وأشجار الاختيارات للرجوع إلى حالة		● **الاحتمالات** قانون احتمال مرفق بتجربة عشوائية.

	- تعيين قانون احتمال مرفق بتجربة عشوائية لها عدد منته من الامكانيات.	تساوي الاحتمال أو إلى احتمالات الحوادث البسيطة. نميّز بين السّحب في أن واحد والسّحب على التوالي بالإرجاع أو بدون الإرجاع.
الاحتمال الشرطي.	- حساب احتمال حادثة علما حدوث حادثة أخرى.	ندخل تعريف الاحتمال الشرطي انطلاقا من مثال نستعمل فيه شجرة التواترات. نقصد بالكتابة $p_A\left(B\right)$ احتمال الحادثة B علما أنّ الحادثة A محققة.
الشجرة المتوازنة.	- بناء شجرة متوازنة. - استعمال أشجار متوازنة أو دستور الاحتمالات الكلية لحساب احتمالات وحلّ مشكلات.	تعطى، انطلاقا من أمثلة بسيطة، قواعد استعمال شجرة متوازنة لحساب احتمالات ويستنتج دستور الاحتمالات الكلية.
استقلال حادثتين.	- التعرّف على حادثتين مستقلتين.	نرتكز على تجارب مستقلة (مثال: رمي قطعة نرد ثمّ قطعة نقدية) لتعميم المبدأ الضربي، بمعنى أنّه بالنسبة إلى حوادث مستقلة يكون احتمال قائمة نتائج هو جداء احتمالات كلّ نتيجة.
الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري المرفقة بقانون احتمال عددي.	- حساب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري المرفقة بقانون احتمال.	تستخرج المفاهيم الأساسية انطلاقا من تجارب عشوائية متقطعة ذات إمكانيات عددية. يربط ذلك بالتباين والانحراف المعياري لسلسلة إحصائية.
قانون برنولي، قانون ثنائي الحدّ.	- تعريف قانون برنولي وقانون ثنائي الحدّ واستعمالهما لحساب احتمالات حوادث.	يقصد بتجربة برنولي تجربة عشوائية يهمنا فيها فقط تحقيق حادثة A (النجاح) أو عدم تحقيقها $\overline{A}$ (الإخفاق). يعرّف القانون ثنائي الحدّ كقانون احتمال مرفق بتجربة برنولي محققة n مرّة بكيفية مستقلة. نقتصر على الحالات $n \leq 5$ ونستعمل، للحساب، شجرة متوازنة.