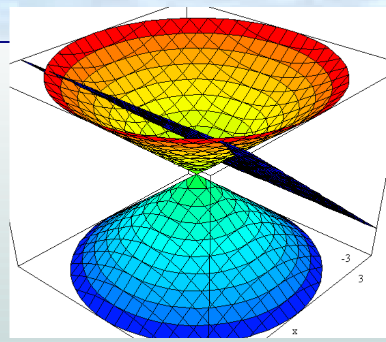
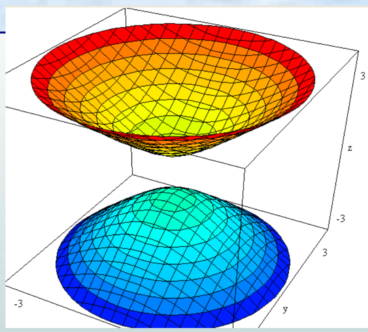
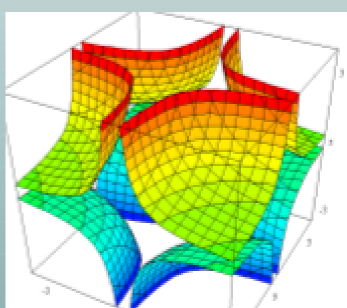
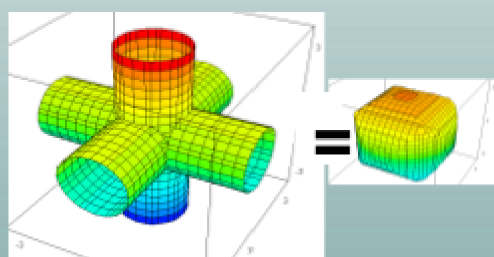
- تعيين معادلة سطح أسطواني دوراني أو سطح مخروط دوراني .
- تعيين مقاطع اسطوانية أو مخروطية .
- تمثيل مقاطع مجسم مكافئ (Paroboloïde) .
- تمثيل مقاطع مجسم زائدي (Hiperboloïde) .









نشاط أول

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ و التي تحقق $x^2+y^2+z^2-4x-4y-1=0$

1) تحقق أن (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها A و نصف قطرها R .

2) نعتبر المستوي (P) الذي معادلته $mx+2y-z+1=0$ حيث m عدد حقيقي

- عين m حتى يكون (P) مستويا مماسا لـ (S) .
- أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل A و يعامد (P) (من أجل قيمة m المحصل عليها سابقا)
- استنتج نقطة التماس بين (P) و (S)

3) أكتب معادلة دائرة التقاطع بين (S) و المستوي (P) الذي معادلته $z=0$ في المعلم $(A;\vec{i};\vec{j})$. للمستوي (p)

نشاط ثان

يتغير z إنتاج مصنع بتغير عدد العمال x و عدد ساعات العمل y وفق العلاقة

$$z=\frac{4x+2}{x^2+y^2+2}$$

1) عين قيم k الحقيقية حتى تقبل المعادلة $z=k$ حلولا حقيقية .

2) استنتج القيمة العظمى التي يمكن أن يبلغها الإنتاج .

نشاط ثالث

$ABCDEFGH$ مكعب . p منتصف $[EH]$. Q منتصف $[AB]$ و R منتصف $[CE]$

1) بين أن $\vec{PQ}=\vec{HA}+\frac{1}{2}\vec{AC}$ و أن $\vec{QR}=\frac{1}{2}(\vec{AC}+\vec{AH})$

2) بين أن المستويين (PQR) و (ACH) متوازيان .

3) بين أن مقطع المكعب $ABCDEFGH$ بالمستوي (PQR) هو سداسي منتظم .

$ABCD$ رباعي وجوه . لتكن النقط I منتصف $[AD]$ ، J منتصف $[BC]$

و G مركز ثقل المثلث ABC .

1) عبّر عن الشعاع $\vec{DA}+\vec{DB}+\vec{DC}$ مرّة بدلالة $\vec{DG}$ و مرّة أخرى بدلالة الشعاع $(\vec{DI}+\vec{DJ})$

2) بين أن النقط J ، I ، G ، D تنتمي إلى نفس المستوي .

[redacted]

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

نعتبر مجموعة النقط $M_t(x\,;y)$ حيث : $x=\dfrac{e^t-e^{-t}}{2}$ و $y=\dfrac{e^t+e^{-t}}{2}$.

1) بين أن مجموعة النقط M_t لما يتغير t على $\mathbb{R}$ هي (H) إتحاد منحنيين معادلتيهما

$y=f(x)$ و $y=-f(x)$

2) أدرس تغيرات f ثم أنشئ منحناها البياني (C)

3) استنتج تمثيلا بيانيا لـ (H) .

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس .

باستعمال برمجية *Multimaths* أو برمجية هندسية أخرى

1- أنشئ مجموعة النقط $M(x\,;y\,;z)$ التي تحقق $z=f(x;y)=x^2+y^2$

2- أنشئ المستوي الذي معادلته الديكارتية $z=2$

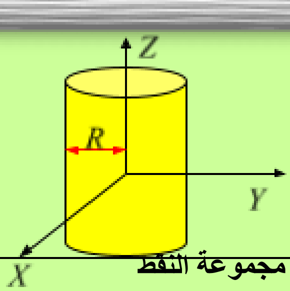
- أكتب معادلة التقاطع في المستوي السابق

3 -أنشئ المستوي الذي معادلته الديكارتية $x=2$

- أكتب معادلة التقاطع في المستوي السابق

السطح الإسطواني الدوراني

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.



1- تعريف : (C) الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها R $(R>0)$ من المستوي (XOY) .

السطح الإسطواني الدوراني الذي محوره (OZ) و نصف قطره R هو مجموعة المستقيمات الموازية لـ (OZ) و التي تشمل نقطة من (C)

كل مستقيم من هذه المستقيمات مولد لهذا السطح الاسطواني

2- مبرهنة : السطح الاسطواني الدوراني الذي محوره (OZ) و نصف قطره R هو مجموعة النقط $M(x\,;y\,;z)$ حيث $x^2+y^2=R^2$ (السطح غير محدد) . $x^2+y^2=R^2$ هي معادلة ديكارتية لـ (E)

برهان : $M(x;y\,z)$ تنتمي إلى السطح الاسطواني معناه m المسقط العمودي لـ M على (XOY) ينتمي إلى (C)

أي أن $x^2+y^2=R^2$

3- مقاطع سطح اسطواني دوراني محوره (OZ) :

a) مقطع بمستو يوازي (XOY) :

2- مبرهنة : Σ السطح الاسطواني الدوراني الذي محوره (OZ) ونصف قطره R . مقطع Σ بالمستوي (P) الذي معادلته $z=a$ هو الدائرة من المستوي (P) التي مركزها $O(0\,;0\,;0)$ ونصف قطرها R

برهان : $M(x; y z)$ تنتمي إلى المقطع معناه M تنتمي إلى Σ و إلى (P) أي $x^2+y^2=R^2$ و $z=a$

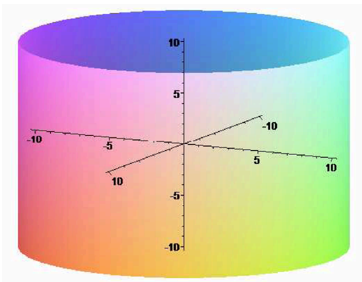
و بالتالي فإن مقطع Σ بالمستوي (P) هو مجموعة النقط $M(x ; y ; z)$ حيث $x^2+y^2=R^2$ أي الدائرة التي مركزها ($a ; 0 ; 0$) و نصف قطرها R .

b) مقطع بمستوٍ (P) يوازي (XOZ) أو (YOZ) :

في هذه الحالة يكون مقطع Σ بواسطة (x = a) ، (P) أو (y = a) هو اتحاد مستقيمين موازيين لـ (OZ) أو مستقيم يوازي (OZ) أو مجموعة خالية .

برهان : (P) يوازي (YOZ) ، $M(x; y z)$ تنتمي إلى مقطع Σ بواسطة (x = a) ، (P)

معناه $x^2+y^2=R^2$ و $x = a$ أي أن $x^2+y^2=R^2-a^2$



- $|a| > R$ المقطع مجموعة خالية
- $|a| = R$ المقطع مستقيم الموازي لـ (OZ) و المعرّف بـ $x = a$ و $y = 0$
- $|a| < R$ المقطع اتحاد مستقيمين يوازيان (OZ) معرفين بالجملتين $\begin{cases} x=a \\ y=-\sqrt{R^2-a^2} \end{cases}$ و $\begin{cases} x=a \\ y=\sqrt{R^2-a^2} \end{cases}$

تمرين محلول1:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر السطح الاسطواني الدوراني الذي معادلته الديكارتية $x^2+y^2=25$

1) a) عين تقاطع السطح مع المستويات التي معادلاتها $x = 7$ ، $x = -5$ ، $x = 4$

b) مثل السطح الاسطواني و التقاطعات السابقة.

2) نعتبر المستوي (P) الذي معادلته $x = k$. عين تقاطع السطح الاسطواني مع المستوي (P)

3) ليكن $k \in [-5;5]$ **نعتبر المستقيمات** (D_k) **حيث** $(D_K):\begin{cases} x=k \\ y=\sqrt{25-k^2} \end{cases}$

و المستقيمات (D'_k) **حيث** $(D'_K):\begin{cases} x=k \\ y=-\sqrt{25-k^2} \end{cases}$

تحقق أن (D_k) **و** (D'_k) **محتويان في السطح الاسطواني**

- بين أن السطح الاسطواني هو اتحاد المستقيمات (D_k) **و** (D'_k) **لما k يمسح المجال [5 ; 5-]**

الحل: 1) تقاطع السطح الاسطواني مع المستوي (x = 4) هو مجموعة النقط $M(x ; y ; z)$ حيث $\begin{cases} x=4 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$ أو $y=-3$ فالتقاطع هو اتحاد المستقيمين $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$ و $\begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}$

- تقاطع السطح الاسطواني مع المستوي (x = - 5) هو مجموعة النقط $M(x ; y ; z)$ حيث $\begin{cases} x=-5 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$

أي $\begin{cases} x = -5 \\ y^2 = 0 \end{cases}$ فهو المستقيم الذي معادلته $\begin{cases} x = -5 \\ y = 0 \end{cases}$

تقاطع السطح الاسطواني مع المستوي (x = 7) مجموعة خالية لأن الجملة $\begin{cases} x = 7 \\ y^2 = -24 \end{cases}$ مستحيلة

2) تقاطع السطح الاسطواني مع (x = k) هو مجموعة النقط (M(x ; y ; z) حيث $\begin{cases} x = k \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$

مع k ∈ [-5;5] ، فهو اتحاد المستقيمين الذين معادلتاهما $\begin{cases} x = k \\ y = \sqrt{25 - k^2} \end{cases}$ و $\begin{cases} x = k \\ y = -\sqrt{25 - k^2} \end{cases}$

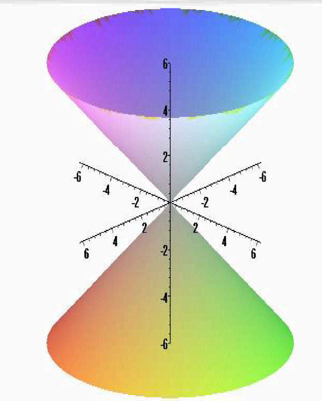
3) حسب السؤال (2) ، (D_k) و (D'_k) هما تقاطع السطح الاسطواني مع المستوي الذي معادلته x = k فهما محتويان في السطح

وبالعكس (M(x ; y ; z) نقطة من السطح معناه $x^2 + y^2 = 25$ و بالتالي $x^2 \leq 25$ أي $-5 \leq x \leq 5$

نضع x = k نحصل على $y = \sqrt{25 - k^2}$ أو $y = -\sqrt{25 - k^2}$ أي أن M تقع على (D_k) أو (D'_k) .

سطح مخروط دوراني

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.



1- تعريف : I نقطة من المحور (OZ) ، (C) الدائرة التي مركزها I و تقع في مستو يوازي (XOY) .

سطح مخروط دوراني ، (C) قاعدة له و رأسه O هو اتحاد المستقيمات التي تمر من O و تشمل نقطة من (C) .

*** كل مستقيم من هذه المستقيمات مولد للسطح المخروطي الدوراني**

*** هو مجموعة المستقيمات الموازية لـ (OZ) و التي تشمل نقطة من (C)**

كل مستقيم من هذه المستقيمات مولد لهذا السطح الاسطواني

2- مبرهنة : (Γ) سطح المخروط الدوراني الذي محوره (OZ) و (C) قاعدة له و (Γ) هو مجموعة النقط (M(x ; y ; z) حيث $x^2 + y^2 = k^2 z^2$ ، k > 0 . تسمى المعادلة السابقة ، المعادلة الديكارتية لـ (Γ)

برهان : (c) الدائرة التي مركزها (I(0 ; 0 ; a) و نصف قطرها (C) ، R) تقع على المستوي الذي معادلته (z = a (a ≠ 0) ، M(x ; y ; z) نقطة من (Γ) تختلف عن O .

(m(0 ; 0 ; z) المسقط العمودي لـ M على (OZ) ، A نقطة تقاطع (C) مع (OM) .

(M(x ; y ; z) نقطة من (Γ) معناه المثلثين OMm و OAI متحاكيان و بالتالي $\frac{Mm}{AI} = \frac{Om}{OI}$

أي $Mm = AI \times \frac{Om}{OI}$ أو $Mm^2 = AI^2 \times \frac{Om^2}{OI^2}$

أي أن $(x-0)^2+(y-0)^2+(z-z)^2=R^2\dfrac{z^2}{a^2}$ و منه $x^2+y^2=k^2z^2 \quad (k=\dfrac{R}{a})$

و بالعكس : مجموعة النقط M(x ; y ; z) من الفضاء حيث $x^2+y^2=k^2z^2 \quad (k=\dfrac{R}{a})$ هو سطح مخروط دوراني (غير المحدد) الذي رأسه O و (C) قاعدة له حيث (C) الدائرة التي مركزها K(0 ; 0 ; 1) و نصف قطرها k و تقع على السطح (z = 1)

2- مقطع سطح مخروط دوراني بمستو :

- **مقطع بمستو يوازي (XOY) :**

مبرهنة : مقطع سطح مخروط دوراني (Γ) محوره (OZ) و رأسه O بمستو (P) يوازي (XOY) هو النقطة O أو دائرة من المستوي (P) مركزها نقطة من (OZ)

- **مقطع بمستو يوازي (XOZ) أو (YOZ) :**

مبرهنة : مقطع سطح مخروط دوراني (Γ) محوره(OZ) ورأسه O بمستو (P) معادلته(x = a) أو(y = a) هو اتحاد مستقيمين يتقاطعان في O أو قطع زائد .

تمرين محلول 2 :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر (C) السطح الاسطواني الدوراني الذي معادلته الديكارتية $x^2+y^2=9z^2$

1) بين أن تقاطع (C) مع المستوي (P) الذي معادلته z = 2 هو دائرة يطلب إعطاء معادلة لها في المستوي (P) ، أوجد في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ إحداثيات مركز هذه الدائرة

2) لتكن A النقطة التي إحداثياتها (3 ; 0 ; 0) و (Q) المستوي الذي معادلته x = 3 . أكتب في المعلم $(A;\vec{j};\vec{k})$ للمستوي (Q) معادلة تقاطع (C) مع (Q) .

- مثل بيانيا هذا التقاطع باستعمال برمجية مناسبة

الحل: 1) معادلة (C) هي $x^2+y^2=9z^2$ تقاطعه مع المستوي (P) هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) التي تحقق $\begin{cases} x^2+y^2=9z^2 \\ z=2 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x^2+y^2=36 \\ z=2 \end{cases}$

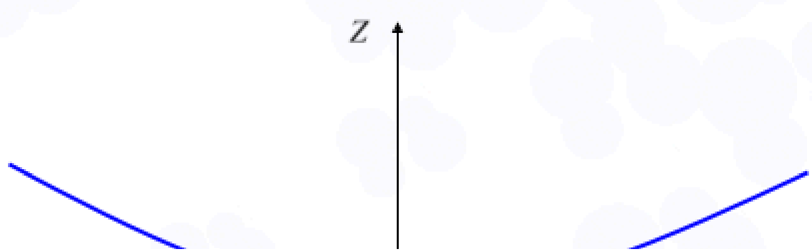
تعرّف الجملة السابقة الدائرة التي معادلتها في المستوي (P) هي $x^2+y^2=36$ مركزها في هذا المستوي هو النقطة (0 ; 0) أما إحداثيات هذا المركز في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ فهي (2 ; 0 ; 0)

2) تقاطع (C) مع المستوي (Q) هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) التي تحقق $\begin{cases} x^2+y^2=9z^2 \\ x=3 \end{cases}$

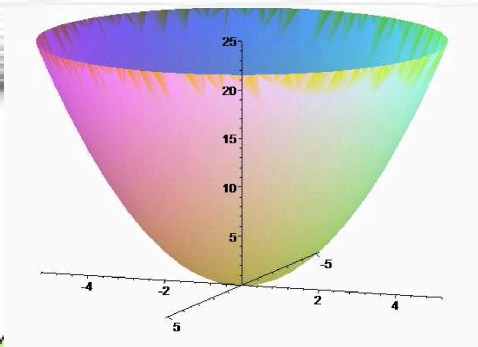
أي $\begin{cases} z^2=\dfrac{1}{9}(y^2+9) \\ x=3 \end{cases}$

في المعلم $(A;\vec{j};\vec{k})$ للمستوي (Q) تقاطع (C) مع (Q) هو المنحنى الذي معادلته كما يلي

$z=-\dfrac{1}{3}\sqrt{y^2+9}$ أو $z=\dfrac{1}{3}\sqrt{y^2+9}$



□ المجسم المكافئ ــ المجسم الزائدي



1- تعريف :

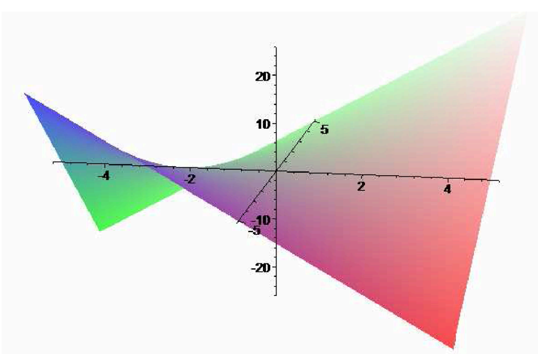
f دالة لمتغيرين في معلم للفضاء ،
مجموعة النقط M ذات الإحداثيات (x ; y ; z) حيث
$z = f(x;y)$ هو التمثيل البياني للدالة f
و يسمى المساحة التي معادلتها $z = f(x;y)$

2- تعريف : المساحة التي معادلتها $z = x^2 + y^2$
تدعى مجسما مكافئا محوره (OZ)

3- مبرهنة : مقطع المساحة (S) ذات المعادلة $z = x^2 + y^2$
❶بمستو معادلته x = a أو y = a هو قطع مكافئ محوره يوازي (OZ)
❷ بمستو معادلته z =a هو دائرة مركزها يقع على (OZ) أو النقطة O

برهان : ❶ M(x ; y ; z) نقطة من (S) و من المستوي (x = a) أو (y = a) معناه $z = x^2 + a^2$ أو $z = y^2 + a^2$ ، المقطع إذن هو قطع مكافئ محوره (OZ) .

❷ M(x ; y ; z) نقطة من (S) و من المستوي (z = a) معناه $x^2 + y^2 = a$ و $z = a$
□ a < 0 التقاطع مجموعة خالية
□ a = 0 التقاطع هو النقطة O
□ a > 0 التقاطع دائرة مركزها يقع على (OZ)



4- تعريف : المساحة التي معادلتها z = x y تدعى مجسما زائديا

5- مبرهنة : مقطع المجسم (H) ذي المعادلة z = x y
❶بمستو معادلته x = a أو y = a هو مستقيم
❷ بمستو معادلته z =a هو قطع زائد مستقيماه المقاربين يوازيان (OX) و (OY) أو هو اتحاد المستقيمين (OX) و (OY)

برهان : ❶ M(x ; y ; z) نقطة من تقاطع (H) مع المستوى x = a أو z = ax أو z = a و المقطع إذن مستقيم
❷ (M(x ; y ; z) نقطة من تقاطع (H) مع المستوى z = a معناه

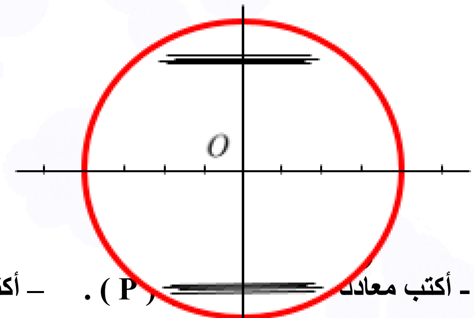
□ a = 0 المقطع هو اتحاد المستقيمين $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ و $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ فهما (OX) و (OY)

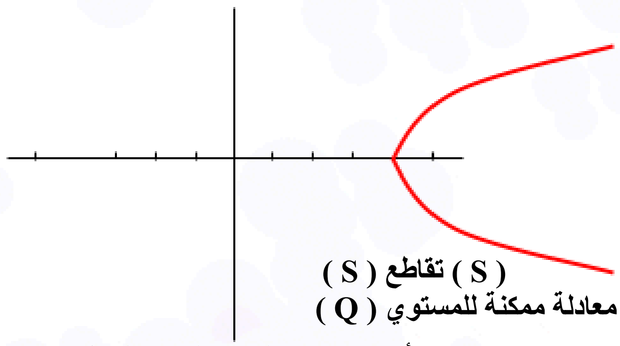
□ a ≠ 0 أي $y = \dfrac{a}{x}$ (x ≠ 0) المقطع قطع زائد مستقيماه المقاربان يوازيان (OX) و (OY)

في المستوي (z = a)

تمرين محلول 3 :

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها $z = x^2 + y^2$ في معلم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.
(P) و(Q) مستويان كل منهما يوازي (XOY) أو (XOZ) أو (YOZ)
تقاطع (P) و (Q) مع (S) ممثلة على الشكلين





(S) تقاطع (S)

- أكتب معادلة ممكنة للمستوي (P) . – أكتب معادلة ممكنة للمستوي (Q)

الحل: كل مستو (H) يوازي أحد المستويات (XOZ) ، (XOY) أو (YOZ) له معادلة من الشكل y = k ، z = k ، أو x = k حيث k عدد حقيقي .

(S)هي المساحة التي معادلتها $z = x^2 + y^2$

☐ تقاطع (S) مع المستوي (H) الذي معادلته z = k هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) حيث

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = k \\ z = k \end{cases}$$

دائرة أو نقطة أو مجموعة خالية .

☐ تقاطع (S) مع المستوي (H) الذي معادلته y = k هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) حيث

$$\begin{cases} z = x^2 + k^2 \\ y = k \end{cases}$$

قطع مكافئ

☐ تقاطع (S) مع المستوي (H) الذي معادلته x = k هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) حيث

$$\begin{cases} z = k^2 + y^2 \\ x = k \end{cases}$$

قطع مكافئ .

* تقاطع (P) و (S) هو دائرة مركزها O و نصف قطرها 4 و بالتالي معادلة (P) هي من الشكل z = k

و نصف قطر الدائرة $\sqrt{k}$ إذن k = 16 معادلة (P) هي z = 16

* تقاطع (Q) و (S) قطع مكافئ و بالتالي (Q) له معادلة من الشكل x = k أو y = k

رأس القطع المكافئ ($y = 0; z = k^2$) أو ($x = 0; z = k^2$) على الشكل (OZ) أفقي و $k^2 = 4$

إذن k = 2 أو k = -2 معادلة (Q) هي x = - 2 أو x = 2 أو y = - 2 أو y = 2

(S) المساحة التي معادلتها $z = f(x;y) = \dfrac{xy - 1}{x^2 + 1}$

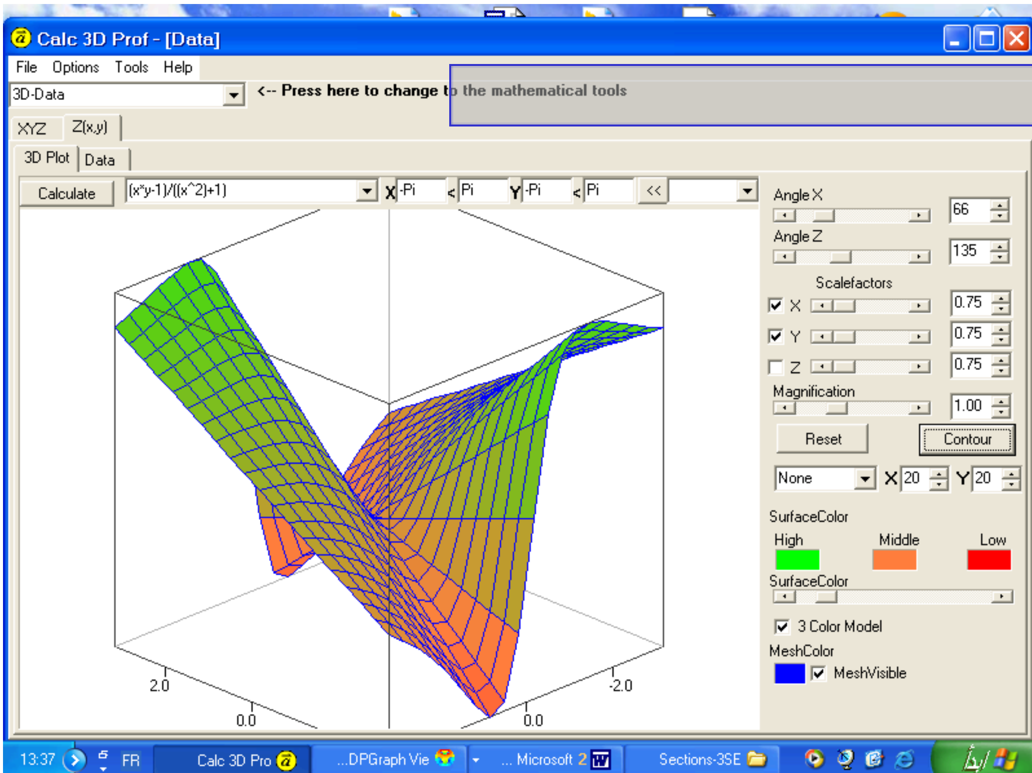
1) باستعمال برمجية مناسبة أو آلة حاسبة مثل f

2) ليكن (C) تقاطع (S) مع المستوى (P) الذي معادلته : $z = 0$.

- أكتب معادلة لـ (C) و أنشئه في المستوى (P) .

الحـل

1) التمثيل بالبرمجية (Multimath: ، K3D ، Calc 3D ، DPGraph ، MUPAD ....)



التمثيل بالحاسبة TI 92 :

Eyeθ = 59	Eyeϕ = 1000	EyeΨ = -18,49	Xmin = -10	Xmax = 10	Xgrid = 20
Ymin = -10	Ymax = 10	Ygrid = 20	Zmin = -5	Zmax = 4	Ncontour = 5

2) $(P) : z = 0$ ، $(S) : z = f(x;y) = \dfrac{xy-1}{x^2+1}$ وبالتالي (S) : $xy - 1 = 0$ أي $y = \dfrac{1}{x}$

(C) القطع الزائد الذي معادلته $y = \dfrac{1}{x}$

أعمال موجهة رقم 2

1) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها $z=\dfrac{xy}{x^2+1}+\dfrac{y}{10}$

- باستعمال مجدول أنشئ (S)

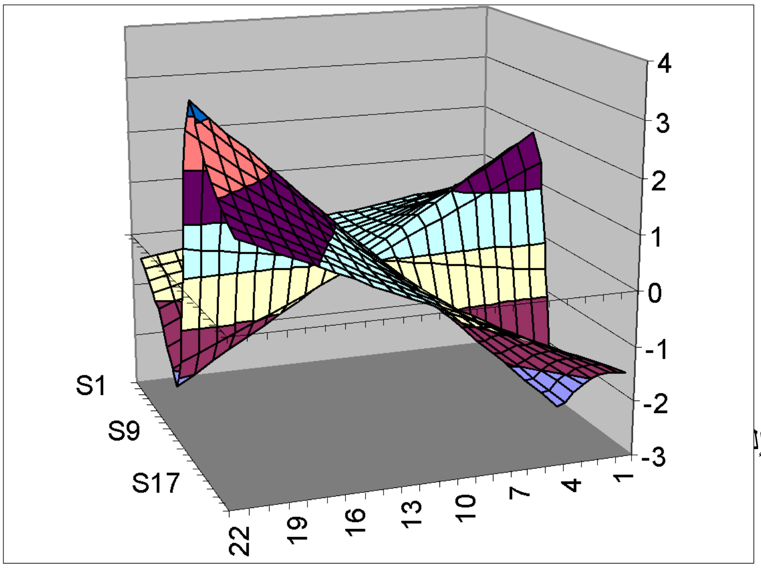
□ السطر الأول : خاصة بقيم x المحصورة بين (-5) و (5) (انطلاقا من A2)

□ نكتب في الخانة B2 الدستور = B$1*$A2/(B$1^2+1)+$A2/10 ثم Enter

□ نعمم هذا الدستور باستعمال الزالق على المستطيل من B2 إلى V22

□ التمثيل من الصنف " Surface "

ستتحصل على شكل مماثل لهذا

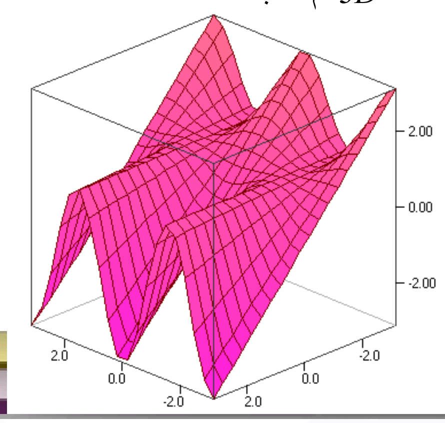


2) الفضاء منسوب إل

نعتبر المساحة

- باستعمال الحاسبة (TI92 مثلا) وبعد اختيار النمط 3D ثم أكتب المعادلة $z=5\left(\sin\dfrac{x}{2}+\cos\dfrac{y}{2}\right)$

و بعد ذلك معاينة (S) .



3) باستعمال برمجية ما ،

عين المساحة (S) التي معادلتها

$z=-x\cos^2 y+\sin^2 y$

التمرين

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر (C) سطح المخروط الدوراني الذي معادلته

$x^2+y^2=z^2$.

1) بين أن المستقيم (D) ذا التمثيل الوسيطي $\begin{cases} x=t \\ y=\sqrt{3}t \\ z=2t \end{cases}$

مستقيم مولد لـ (C))

2) لتكن النقطة A ذات الإحداثيات $(0 ; 3 ; 0)$ و ليكن (P) المستوي الذي معادلته $y = 3$ و (H) تقاطع (C) مع (Q).

فإن $\overrightarrow{AM} = \frac{x-z}{2}\vec{u} + \frac{x+z}{2}\vec{v}$.

c) لتكن $(X ; Z)$ إحداثيي M في المعلم $(A;\vec{u};\vec{v})$ ،
أثبت أن M تنتمي إلى (H) معناه $XZ = -\frac{9}{4}$. مثل في $(A;\vec{u};\vec{v})$

تعليق

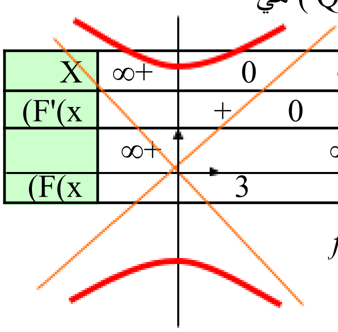
☜ لدينا $\overrightarrow{AM} = x\vec{i} + (y-3)\vec{j} + z\vec{k}$
و بما أن M نقطة من (Q) يكون $\overrightarrow{AM} = x\vec{i} + y\vec{j}$
أي أن احداثيي M في $(A;\vec{i};\vec{k})$ هما (x ; y)

☜ تمثيل ($-f$) بالتناظر بالنسبة للمحور (AX)

(C) مولد لـ ...
ن

$\begin{cases} \dots \\ y = 3 \end{cases}$ أي $\begin{cases} \dots \\ y = 3 \end{cases}$

معادلة (H) في $(A;\vec{i};\vec{k})$ من المستوي (Q) هي $z^2 = x^2 + 9$



X	∞+	0	∞-
F'(x)	+	0	-
F(x)	∞+	3	∞+

تغيرات الدالة f حيث $f(x) = \sqrt{x^2+9}$

b) $\overrightarrow{AM} = x\vec{i} + y\vec{j} = x\frac{\vec{u}+\vec{v}}{2} + z\frac{\vec{v}-\vec{u}}{2} = \frac{x-z}{2}\vec{u} + \frac{x+z}{2}\vec{v}$

c) $\overrightarrow{AM} = X\vec{u} + Y\vec{v}$ و بالتالي $X = \frac{x-z}{2}$ و $Z = \frac{x+z}{2}$

معادلة (H) : $X^2 - Z^2 = -9$ معناه $(X-Z)(X+Z) = -9$

أي أن $XZ = -\frac{9}{4}$.

توجيهات

1. دراسة تقاطع (S) مع مستوي تقتضي حل الجملة مشكلة بمعدلتيهما

2. تقبل f نهاية حدية إذا وجد مستو معادلته من الشكل z = k يمس المساحة (S)

هذا يستدعي حل و مناقشة الجملة

$$\begin{cases} z = f(x;y) \\ z = k \end{cases}$$

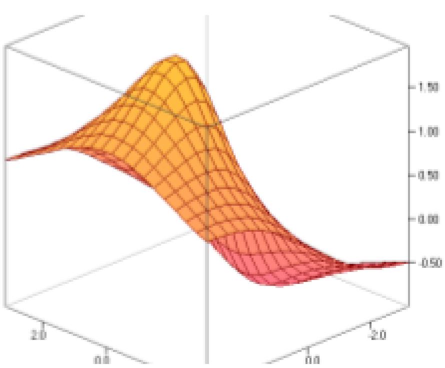
مع k وسيط حقيقي

ستجد
$$\left(x - \frac{2}{k}\right)^2 + y^2 = \frac{-2k^2 + 2k + 4}{k^2}$$

نضع الشرط اللازم كي تقبل هذه المعادلة حلولا

حتى يكون المستوي ماسا للمساحة (S) يجب أن يكون $k^2 - k - 2 = 0$

ينتج عن هذه المعادلة الأخيرة حلان هما القيمتان الحديتان المطلوبتان.



$$f(x;y) = \frac{4x+2}{x^2+y^2+2}$$

- هل

مقاطع اسطوانية

1 أكتب معادلة سطح الأسطوانة الذي محوره (OZ) و الذي يشمل النقطة A(3 ; -2 ; 5)

- هل يشمل هذا السطح النقطة $B(1;2\sqrt{3};-1)$ ؟
- هل يشمل $C(-\sqrt{7};2;0)$ ؟

2 أكتب معادلة سطح الاسطوانة الذي محوره (OZ) و يشمل المستقيم (D) الذي معادلته $\begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \end{cases}$

3 في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس
$(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر النقط $M_t(x;y;z)$ حيث
x = cos t ، y = sin t ، z = t مع T عدد حقيقي
1) بين أن النقط $M_t(x;y;z)$ تقع على (C) سطح الاسطوانة الذي محوره (OZ) و نصف قطره 1
2) هل مجموعة النقط $M_t(x;y;z)$ لما تمسح t مجموعة الاعداد الحقيقية هي (C) سطح الاسطوانة ؟

4 (C) هو سطح الأسطوانة التي محورها (OZ) و التي تشمل (A(1 ; 2 ; 3
1) عين معادلة لـ (C)
2) ميز مقاطع (C) بالمستويات التي معادلاتها :
x = 2 ، y = - 3 ، z = - 4

5 (C) هو سطح الأسطوانة التي محورها (OX) و التي تشمل (A(1 ; 2 ; 3
1) عين معادلة لـ (C)
2) ميز مقاطع (C) بالمستويات التي معادلاتها :
x = 2 ، y = - 3 ، z = - 4

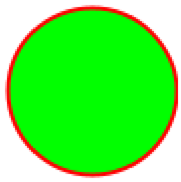
مقاطع مخروطية

6 (C) هو سطح المخروط الدوراني الذي رأسه O ومحوره (OZ) و الذي تشمل (A(1 ; 2 ; 3
1) عين معادلة لـ (C)
2) ميز مقاطع (C) بالمستويات التي معادلاتها :
z = 1 ، z = - 2 ، x = y

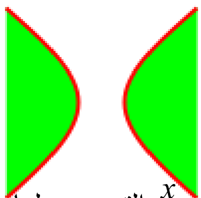
7 (D) المستقيم الذي يمر بالنقطة O وشعاع توجيه له $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{k}$ و (C) هو سطح المخروط الذي محوره (OZ) و يحوي المستقيم (D)
1) عين معادلة لـ (C)
2) a) عين العدد الحقيقي الموجب تماما a حتى يكون مقطع (C) بالمستوي الذي معادلته z = a ، دائرة (Γ) نصف قطرها 2
b) احسب احداثيات مركز (Γ)

8 في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.
1) a) بين أن المستويين (P) و (Q) اللذين معاداتاهما
$2x - z = 0$; $x + y\sqrt{3} - 2z = 0$ على الترتيب ليسا متوازيين
b)أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) تقاطع(P) و (Q)
c) نعتبر (H) سطح المخروط الدوراني الذي محوره (OX) و يشمل المستقيم (D) كمولد
- بين أن معادلة (H) هي $y^2+z^2=7x^2$
2) مثلنا على الشكلين التاليين تقاطع (H) مع مستويات موازية لمحاور الاحداثيات .
-عين في كل حالة معادلة للمستويات الممكنة مع التعليل

الشكل (1)



الشكل (2)

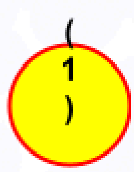


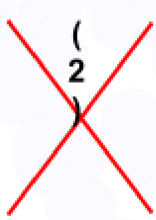
3) a) بين أن المعادلة $x \equiv 3[7]$ التي مجهولها x عدد صحيح لا تقبل حلولا
b) بين الخاصية التالية :

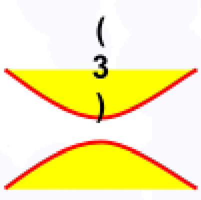
لكل عددين صحيحين a و b ، إذا كان 7 يقسم a^2+b^2 فإن 7 يقسم a و 7 يقسم b .

4) a) a ، b و c أعداد صحيحة غير معدومة ، بين أنه إذا كانت النقطة (A(a ; b ; c نقطة من (H) سطح المخروط الدوراني يكون b ، a و c مضاعفات للعدد 7 .
b) استنتج أن النقطة الوحيدة نت (H) و التي احداثياتها أعداد صحيحة هي رأسه .

9 في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.
نعتبر النقطتين (A(0 ; 5 ; 5 و (B(0 ; 0 ; 10
1) في هذا السؤال نعتبر المستوي (P) الذي معادلته :
x = 0
منسوب إلى المعلم $(O;\vec{j};\vec{k})$. في هذا المستوي نعتبر الدائرة (C) التي مركزها B و تشمل A
- بين أن المستقيم (OA) مماس للدائرة (C)
2) (S) الكرة الناتجة عن دوران (C) حول (OZ) و(T) سطح المخروط الناتج عن دوران (OA) حول (OZ)
a) بين أن معادله (T) هي $x^2+y^2=z^2$
b) عين تقاطع (T) مع (S) (أذكر الطبيعة و العناصر المميزة) .
3) أحد الأشكال الموالية هو تقاطع (T) مع مستو (P_1) معادلته x = 1 . أي هذه الأشكال مناسب ؟ علل







$M(x; y; z)$ نقطة من (T) إحداثياتها أعداد صحيحة غير معدومة . بين أن x و y لا يكونان فرديين معا .

مقاطع سطحين معادلتاهما $z = xy \; ; \; z = x^2 + y^2$

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها $z = f(x;y)$

من أجل كل عدد حقيقي k تقاطع(S) مع المستوي $z = k$ هو المستقيم الذي يشمل $A(0 ; 1 - k ; k)$ و $\vec{u}(1;3;0)$ شعاع توجيه له . عين (S) و اكتب معادلة ديكارتية له .

نعتبر المساحة(S) التي معادلتها $z = x^2$

1) عين مقطع (S) بالمستويات الموازية لـ (XOY)

2) عين مقطع (S) بالمستويات الموازية لـ (XOZ)

3) بين أن (S) تقبل مستوى تناظر

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها

$$z = f(x;y) = x^2 + xy$$

1) بين أن مقطع (S) مع المستوي $z = 0$ هو اتحاد مستقيمين يطلب تعيينهما .

2) أدرس مقاطع (S) بالمستوي الذي معادلته $z = k$ حيث k عدد حقيقي غير معدوم (بالخصوص المستقيمات المقاربة)

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها $z = \sqrt{|x - y|}$

1) أكتب معادلة مستوي التناظر لـ (S)

نعتبر الدالة f ذات المتغيرين

$$f(x;y) = xe^{-x^2 - y^2} + 3$$

(S) هي المساحة التي معادلتها $z = f(x;y)$

1) بين أن (S) تقبل المستوي الذي معادلته $y = 0$ مستويا للتناظر .

2) نعتبر الدالة g حيث $g(x) = f(x;0)$

أدرس تغيرات g ، استنتج القيمة الحدية لـ (S) (نقبل أنها لا تقبل إلا قيمة حدية واحدة)

3) M نقطة من (S) ، أدرس الحالة التي يكون فيها بعد M عن O غير منته

في الفضاء نعتبر (S) المساحة التي معادلتها :

$z = (x-1)^2 + (y-3)^2$ و النقطة $A(1 ; 3 ; 0)$

1) أكتب معادلة (S) في المعلم $(A; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

2) استنتج طبيعة (S) و عناصرها المميزة

نعتبر الدالة f حيث $f(x;y) = \ln|y - x^2|$

1) عين الأزواج الحقيقية (x ; y) التي تكون من أجلها f غير معرفة

2)بين أن (S) تقبل مستويا للتناظر و ادرس مقاطع (S) بالمستويات $z = k$ مع k عدد حقيقي غير معدوم

مسائل

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر المساحة (T) التي معادلتها $x^2 y = z$ حيث $-1 \le y \le 1 \; ; \; -1 \le x \le 1$

1) a) تحقق أنه إذا كان $M(x; y; z)$ نقطة من (T) فإن $M'(-x; y; z)$ نقطة من (T) . استنتج مستو تناظر لـ (T) .

b) بين أن النقطة O مركز تناظر لـ (T)

2) a) ما طبيعة منحنيات تقاطع (T) مع المستويات الموازية لـ (XOZ) ؟

b) ما طبيعة منحنيات تقاطع (T) مع المستويات الموازية لـ (YOZ) ؟

3) a) عين تقاطع (T)مع المستوي ذي المعادلة $z = 0$

b) من أجل $k > 0$ نضع $K(0 ; 0 ; k)$ ، عين في المعلم $(K; \vec{i}; \vec{j})$ معادلة منحن التقاطع بين (T) و المستوي الذي معادلته $z = k$.

c) أنشئ المنحنى السابق في $(K; \vec{i}; \vec{j})$ ، عين الخصوص احداثيات طرفي القوس .

4) (D) مجموعة النقط التالية

$$(D) = \left\{ M \in \zeta \,/\, 0 \le x \le 1; 0 \le y \le 1; 0 \le z \le x^2 y \right\}$$

a) من أجل $0 \le k \le 1$ من المستوى ($z = k$) يقطع (D) في مساحة R هي مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من المكعب الذي ضلعه 1 حيث $z = k \; ; \; y \ge \frac{k}{x^2}$

- أحسب بدلالة k ، $S(k)$ مساحة R .

b) نضع $S(0) = 1$ ، أحسب (بوحدة الحجوم) V حجم (D) ($V = \int_0^1 S(k)\,dk$)

1 في مستو (P) من الفضاء ، نعتبر دائرة (C) قطرها [AB] . (Δ) المستقيم الذي يشمل A والعمودي على (P) و (S) نقطة من (Δ) تختلف عن A .

I المسقط العمودي لـ A على المستقيم (BS)

من أجل كل نقطة M من (C) نضع H المسقط العمودي لـ A على (MS) .

1) أرسم (Δ) (أفقيا) .

2) بين أنH ينتمي الى Σ سطح الكرة التي قطرها [AS]

3) نفرض أن M يختلف عن A و B . بين أن (MB) عمودي على المستوي (AMS) .

- استنتج أن المستقيم (AH) عمودي على (BMS)

4) بين أن H تنتمي الى المستوي (P) الذي يشمل I و العمودي على (BS) .

5) a) عين (T) تقاطع Σ مع (P)

b) بين أن مجموعة النقط H عندما تتحرك M على(C) هي (N) ، 'T نقطة من (T) تختلف عن A ، يمكن أن نبين أن المستوي (AN'S) يقطع (C) في A و نقطة أخرى M

1 (C) هو سطح المخروط الدوراني الذي معادلته $x^2+y^2=\lambda^2 z^2$. a عدد حقيقي ، x_a هو مقطع (C) بالمستوي P_a (x = a) . نسمي A النقطة التي إحداثياتها (a ; 0 ; 0)

1) بين أن x_0 هو اتحاد مستقيمين (D_1) و (D_2) شعاعا توجيههما $\vec{u}_1=\lambda\vec{j}-\vec{k}$ و $\vec{u}_2=\lambda\vec{j}+\vec{k}$

2) M نقطة من المستوي P_a إحداثياها (y ; z) في المعلم $(A;\vec{i};\vec{j})$ و (Y ; Z) في المعلم $(A;\vec{u}_1;\vec{u}_2)$

- بين أن y = λY + λZ و z = - Y + Z

3) استنتج أنه من أجل $a\neq 0$ فإن لـ x_a في المعلم $(A;\vec{u}_1;\vec{u}_2)$ معادلة من الشكل $y=\frac{c}{x}$ حيث c ثابت غير معدوم .

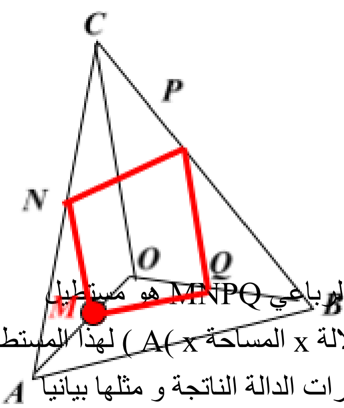
4) ما طبيعة x_a في الحالة السابقة

2 نعتبر في الفضاء ، رباعي الوجوه OABC حيث OA = OB = OC = a مع a عدد حقيقي موجب تماما و الوجوه الثلاثة OAC ، OAB و OBC هي مثلثات قائمة في النقطة O .

لتكن M نقطة من [OA] ، نضع AM = x

المستوي (P) يشمل النقطة M ويوازي المستقيمين(AB) و(OC) يقطع المستقيمين (CB) ، (AC) و (OB) في النقط P ، N و Q على الترتيب

(أنظر الشكل)



1) برهن أن الرباعي MNPQ هو مستطيل

2) أحسب بدلالة x المساحة (A(x لهذا المستطيل

3) أدرس تغيرات الدالة الناتجة و مثلها بيانيا

4) من أجل أية قيمة لـ x تكون المساحة (A(x أكبر ما يمكن ؟

5) نزود الفضاء بالمعلم $(O;\vec{OA};\vec{OB};\vec{OC})$

و لتكن H نقطة من [OB] ، نضع AM = y

و نعتبر ('P) المستوي الذي يشمل النقطتين M و H ويوازي المستقيم (OC) و الذي يقطع المستقيمين (AC) و (BC) في النقطتين I و J على الترتيب .

a) ما طبيعة الرباعي MHJI ؟

b) أكتب بدلالة x و y مساحة الرباعي MHJI ولتكن (S(x ; y .

c) هل يمكن تحديد موضعي M و H حتى تكون المساحة S(x ; y) أكبر ما يمكن ؟

2 (D) ، ('D) مستقيمان متعامدان و ليسا من نفس المستوي . الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

(D) يشمل A ذات الاحداثيات(1 ; 0 ; 0) و $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}$ شعاع توجيه له .

('D) يشمل B ذات الاحداثيات(0 ; 0 ; 1-) و شعاع توجيه له .

1) تحقق أن (D) و ('D) متعامدان و لا ينتميان الى نفس المستوي فعلا .

تمارين

Σ مجموعة النقط من الفضاء المتساوية البعد عن (D) و(D') ، تحقق أن O تنتمي الى Σ .

2) بين أن تمثيلا وسيطيا لـ (D) هو $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=1\end{cases}$ مع t عدد حقيقي .

3) أحسب كذلك بعد M عن (D')

4) استنتج أن M نقطة من Σ إذا و فقط إذا 5 (xy + 2z = 0

استنتج مما سبق :

a) أن تقاطع Σ مع المستويات العمودية على (AB) هو على العموم قطع زائد (حدّد الحالة الاستثنائية)

b) طبيعة تقاطع Σ مع المستويا ت العمودية على المحور ($O;\vec{i}$) أو المحور ($O;\vec{j}$)

اختيار من متعدد

الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

في كل حالة اختر الأجوبة الصحيحة

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها z = x – 3 y + 5

أ) تقاطعات (S) مع المستويات z = k (k عدد حقيقي) هي مستقيمات متوازية .

ب) (S) مستو عمودي على المستقيم الذي يشمل O و شعاع توجيهه $\vec{u}(1;-3;1)$

ج) (S) يشمل المستقيم الذي يمر من A(-2 ; 1 ; 0) و شعاع توجيهه $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}$

نعتبر المساحة (T) التي معادلتها

$$x^2+y^2=\frac{1}{2}z^2$$

أ) C(1 ; 1 ; -2) تنتمي الى (T)

ب) (T) هو سطح مخروط دوراني محوره $(O;\vec{j})$

ج) المستقيم (d) الذي يشمل O و شعاع توجيهه $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$ محتو في (T)

نعتبر المساحة (R) التي معادلتها $z=2x+0,5y^2+4$ ، تقاطع (R) مع المستوي الذي معادلته y = 0 هو :

أ) قطع مكافئ

ب) مستقيم

ج) قطع زائد

د) جواب آخر

أصحيح أم خطأ ؟

علّل جوابك

1- مجموعة النقط M من الفضاء التي إحداثياتها (x ; y ; z) تحقق x – 3 y = 5 ليست مساحة

2- تقاطع مجسم مكافئ معادلته $z=x^2+y^2$ مع سطح كرة مركزها O هو دائرة

المساحة التي معادلتها $z=f(x;y)=\sqrt{|x|}$ تقبل المستوي ذا المعادلة y = 0 مستو للتناظر و تقاطع المساحة مع المستويات z = k (k عدد حقيقي) هو اتحاد مستقيمين موازيين لمحور الفواصل .

المساحة التي معادلتها $z=x^2ye^{-x}$ حيث $(0\le y\le 10;0\le x\le 5)$ في معلم متعامد تقطع المستوي z = 0 وفق مستقيمين

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها z = 2 x (y + 1) حيث $(0\le y\le 12;0\le x\le 10)$

1) النقطة P(5 ; 11 ; 120) نقطة من (S)

2) المسقط العمودي لتقاطع (S) مع المستوي ذي المعادلة z = 40 على المستوي $(O;\vec{i};\vec{j})$ هو المنحنى الذي معادلته $y=\frac{2-x}{x}$

3) المستقيم (PR) محتو في (S) حيث R(4 ; 4 ; 40)

بعض البرامج باستعمال $TI\ \ 83\,plus$.

الحصول على باقي وحاصل قسمة عدد صحيح على عدد طبيعي غير معدوم

البرنامج هو في الشاشة المقابلة ولتحريره نستعمل الوظائف المعينة كالتالي :

```
PROGRAM:MOD
:Input "A=",A
:Input "B=",B
:int(A/B)→Q
:A-B*Q→R
:Disp "Q=",Q
:Disp "R=",R
:
```

باللمس PRGM نعيّن *New* نوافق ثم نسمي البرنامج مثلا *MOD* .

للحصول على Input ، Disp نستعمل اللمسة PRGM ثم I/0 .

للحصول على int(استعمل اللمسة MATH ثم NUM .

للحصول على السهم → أضغط اللمسة STO→ .

للحصول على = استعمل اللمسة 2nd TEST الموجودة مع اللمسة MATH

للخروج من تحرير البرنامج استعمل اللمسة 2nd QUIT الموجودة مع MODE

تطبيق البرنامج :

لاستعمال البرنامج ، أضغط اللمسة PRGM

ثم اختر الاسم في القائمة EXEC .

```
EXEC EDIT NEW
1:COEFBEUZ
2:DIVSEURA
3:MOD
4:PGCDSOUS
5:PREMIER
```

```
A=28
B=8
Q=
                 3
R=
                 4
              Done
```

التّعرّف على عدد أوّلي :

باللمس PRGM نعيّن *New* ونسمي البرنامج مثلا *PREMIER* .

للحصول على Prompt ، Disp نستعمل اللمسة PRGM ثم I/0 .

للحصول على *If* ، *Then* ، *Stop* ، *End* ، *For(* ، *While* ، *Else*

نستعمل كذلك اللمسة PRGM ثم *CTL* .

للحصول على = و ≤ استعمل اللمسة 2nd TEST الموجودة مع اللمسة MATH

و هي موجودة في قائمة *TEST* .

أمّا *or* بنفس الخطوات السابقة و هي موجودة في قائمة *LOGIC* .

للحصول على *f Part(* استعمل اللمسة MATH ثم *NUM* .

للحصول على السهم → أضغط اللمسة STO→ .

للخروج من تحرير البرنامج استعمل اللمسة 2nd QUIT الموجودة مع MODE

```
PROGRAM:PREMIER
:Prompt N
:N→A
:If A=2 or A=3 or A=5
:Then
:Disp "PREMIER"
:Stop
:End
:For(N,2,3)
:If fPart(A/N)=0
:Then
:Disp "NON PREMIER"
:Stop
:End
:End
:5→N
:While N≤√(A)
:If fPart(A/N)=0
:Then
:Disp "NON PREMIER"
:Stop
:Else
:N+2→N
:End
:End
:Disp "PREMIER"
:Stop
```

تطبيق البرنامج :

لاستعمال البرنامج ، أضغط اللمسة PRGM

ثم اختر الاسم في القائمة EXEC .

```
EXEC EDIT NEW
1:COEFBEUZ
2:DIVSEURA
3:MOD
4:PGCDSOUS
5:PREMIER
```

```
prgmPREMIER
N=?2009
NON PREMIER
              Done
N=?2011
PREMIER
              Done
```

تعيّين معاملي بيزو

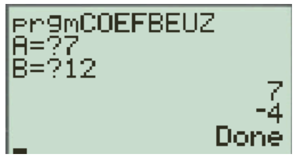
المطلوب تعيّين ثنائية $(x\,;y)$ من الأعداد الصحيحة تحقّق $Ax+By=1$.

```
PROGRAM:COEFBEUZ
:Prompt A,B
:1→U:A→C
:While fPart((A-1)/B)≠0
:U+1→U
:U*C→A
:End
:(1-A)/B→V
:Disp U,V
```

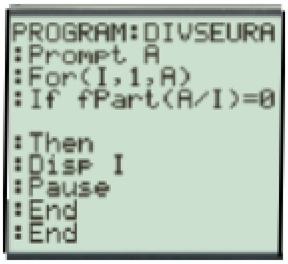
للحصول على الوظائف أنظر البرنامجين السابقين .

وللحصول على الوظيفة ≠ نفس الخطوات للوظيفة = .

تطبيق البرنامج :

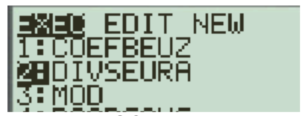


تعيّن القواسم الموجبة لعدد طبيعي A



للحصول على الوظيفتين $For($ و $Pause$ استعمل اللمسة  مع CTL .

تطبيق البرنامج :



ملاحظة : الحاسبة البيانية $TI\ 89$ تحتوي على ال... $Est\ P$... (أو $Is\ Prime$)

حيث الوظيفة mod تعطي مباشرة باقي قسمة ، و الوظيفة $Est\ Prem$ (أو $Is\ Prime$) تبحث عن العدد الأوّلي .

تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أوّلية :

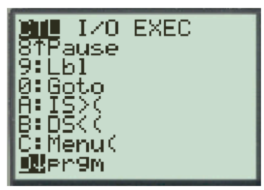
نحرّر برنامجين ، الأوّل " FACTPREM "

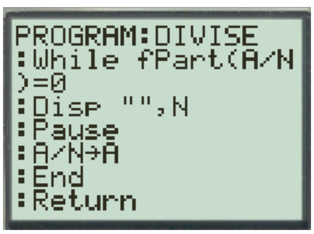
ويستخدم برنامجا ثانيا " DIVISE " .

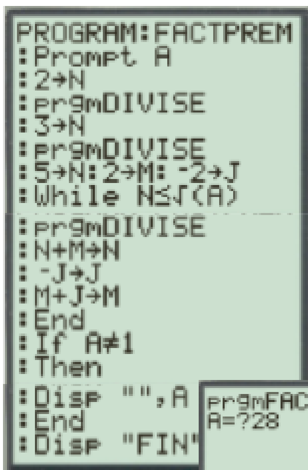
استعمل نفس الوظائف ونفس اللمسات مذكورة سابقا زيادة

للحصول على الوظيفتين $Return$ و prgm

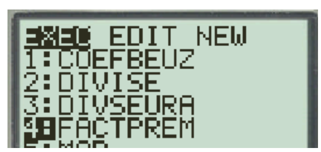
استعمل اللمسة  مع CTL .

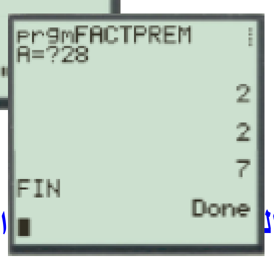






تطبيق البرنامج :





استعمال بعض الا... البيانية $TI\ 83\ plus$.

القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر

نضغط على اللمسة  في القائمة NUM

نعيّن الوظيفة $8:lcm($ ، تدل على المضاعف المشترك الأصغر

أو الوظيفة $9:gcd($ ، تدل على القاسم المشترك الأكبر

نحجز العددين ونفصل بينهما بالفاصلة 

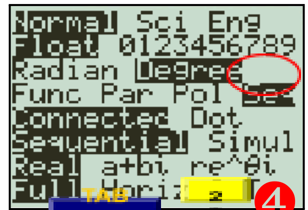
المتتاليات:

المتتالية من الشكل $u_n = f(n)$

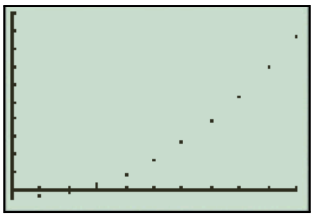
• نمثل المتتالية (u_n) المعرفة على ℕ بـ: $u_n = 2n^2 - n - 3$

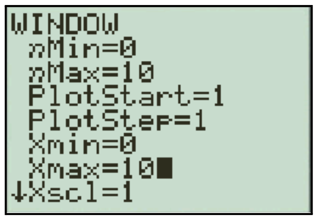
❶ استعمال MODE ونحدد الخاصية Seq ❷ نحجز العبارة u_n ولكتابة n نستعمل ❸ 1 0

TABLE SETUP
TblStart=
ΔTbl=1
Indpnt: Auto Ask
Depend: Auto Ask

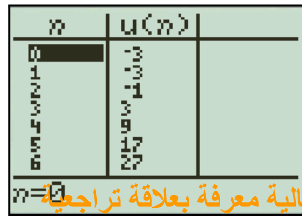


❹ ❺ $Y\min = \dots$ ، $Y\max = 100$ و $Y\text{scl} = 5$ ❻





WINDOW
nMin=0
nMax=10
PlotStart=1
PlotStep=1
Xmin=0
Xmax=10
↓Xscl=1



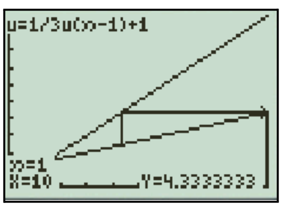
n	u(n)
0	-3
1	-3
2	-1
3	3
4	9
5	17
6	27

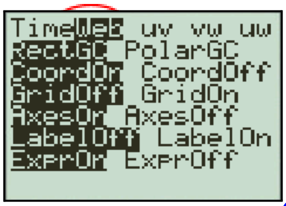
n=0

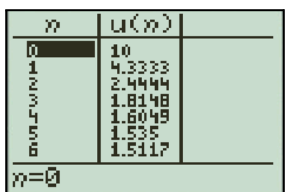
متتالية معرفة بعلاقة تراجعية

• نمثل المتتالية (u_n) المعرفة على ℕ بـ: $u_0 = 5$ و من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ ، $u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + 1$

❶ ونحدد الخاصية Seq ثم للحجز. لكتابة u نضغط 7 ❷ ثم ❸ ونختار web ❹ النافذة ثم لنختار

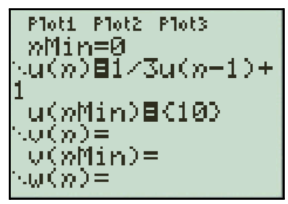






n	u(n)
0	10
1	4.3333
2	2.4444
3	1.8148
4	1.6049
5	1.535
6	1.5117

n=0



استعمال CASIO GRAPH ، +35 ، 65 و 85 .

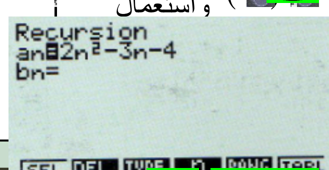
المتتاليات من الشكل $u_n = f(n)$

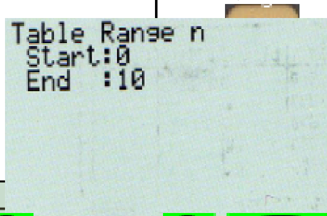
حجز u المعرفة على ℕ بـ: $u_n = 2n^2 - 3n - 4$

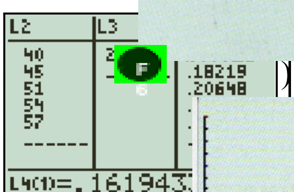
استعمال اللمسة

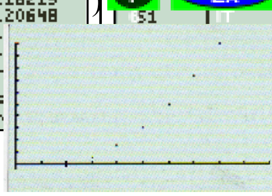
ثمّ الوظيفة الثامنة (RECUR) و استعمال

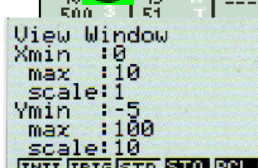
(NG)











المتتاليات التراجعية

نعتبر المتتالية u المعرّفة بـِ $u_0 = 10$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 0,5u_n + 1$.

استعمال اللمسة الوظيفة الثامنة

(RECUR)، (TYPE) (a_{n+1}) . (RANG) ، ونملئ (TABL)

نستعمل من أجل a_n . الخانات كما في الشاشة .

(B ...