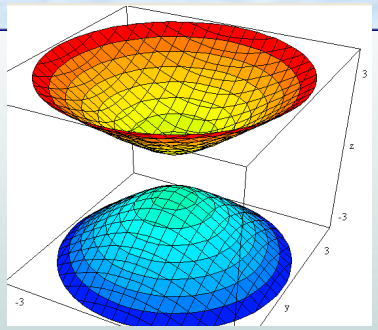
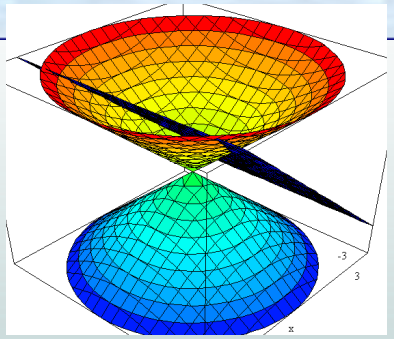
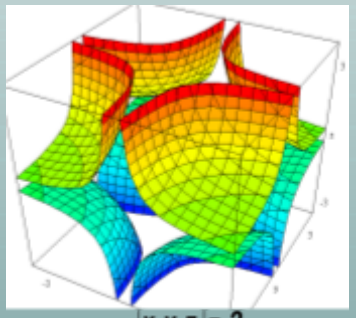
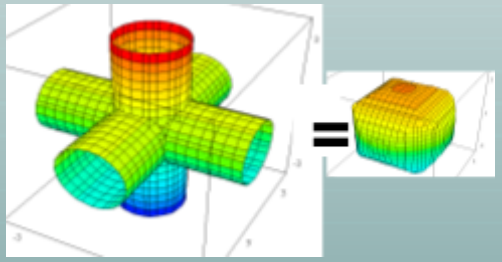
- تعيين معادلة سطح أسطواني دوراني أو سطح مخروط دوراني .
- تعيين مقاطع اسطوانية أو مخروطية .
- تمثيل مقاطع مجسم مكافئ (Paroboloïde) .
- تمثيل مقاطع مجسم زائدي (Hiperboloïde) .









نشاط أول

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x\,;\,y\,;\,z)$ و التي تحقق $x^2+y^2+z^2-4x-4y-1=0$.

1) تحقق أن (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها A و نصف قطرها R .

2) نعتبر المستوي (P) الذي معادلته $mx+2y-z+1=0$ حيث m عدد حقيقي

- عين m حتى يكون (P) مستويا مماسا لـ (S) .
- أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل A و يعامد (P) (من أجل قيمة m المحصل عليها سابقا)
- استنتج نقطة التماس بين (P) و (S)

3) أكتب معادلة دائرة التقاطع بين (S) و المستوي (P) الذي معادلته $z=0$ في المعلم $(A;\vec{i};\vec{j})$. للمستوي (p)

نشاط ثان

يتغير z إنتاج مصنع بتغير عدد العمال x و عدد ساعات العمل y وفق العلاقة

$$z=\frac{4x+2}{x^2+y^2+2}$$

1) عين قيم k الحقيقية حتى تقبل المعادلة $z=k$ حلولا حقيقية .

2) استنتج القيمة العظمى التي يمكن أن يبلغها الإنتاج .

نشاط ثالث

$ABCDEFGH$ مكعب . p منتصف $[EH]$. Q منتصف $[AB]$ و R منتصف $[CE]$

1) بين أن $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{HA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ و أن $\overrightarrow{QR}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AH})$

2) بين أن المستويين (PQR) و (ACH) متوازيان .

3) بين أن مقطع المكعب $ABCDEFGH$ بالمستوي (PQR) هو سداسي منتظم .

$ABCD$ رباعي وجوه . لتكن النقط I منتصف $[AD]$ ، J منتصف $[BC]$

و G مركز ثقل المثلث ABC .

1) عبّر عن الشعاع $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}$ مرّة بدلالة $\overrightarrow{DG}$ و مرّة أخرى بدلالة الشعاع $(\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{DJ})$

2) بين أن النقط J ، I ، G ، D تنتمي إلى نفس المستوي .

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

نعتبر مجموعة النقط $M_t(x.y)$ حيث : $x=\frac{e^t-e^{-t}}{2}$ و $y=\frac{e^t+e^{-t}}{2}$.

1) بين أن مجموعة النقط M_t لما يتغير t على $\mathbb{R}$ هي (H) إتحاد منحنيين معادلتيهما

$y=f(x)$ $y=-f(x)$

2) أدرس تغيرات f ثم أنشئ منحناها البياني (C)

3) استنتج تمثيلا بيانيا لـ (H) .

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس .

باستعمال برمجية *Multimaths* أو برمجية هندسية أخرى

1- أنشئ مجموعة النقط $M(x\,;y\,;z)$ التي تحقق $z=f(x;y)=x^2+y^2$

2- أنشئ المستوي الذي معادلته الديكارتية $z=2$

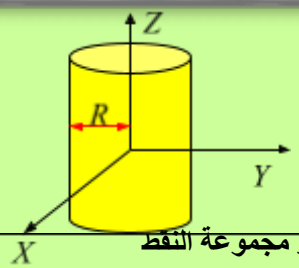
- أكتب معادلة التقاطع في المستوي السابق

3 -أنشئ المستوي الذي معادلته الديكارتية $x=2$

- أكتب معادلة التقاطع في المستوي السابق

السطح الإسطواني الدوراني

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.



1- تعريف : (C) الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها R (R > 0)
من المستوي (XOY) .
السطح الإسطواني الدوراني الذي محوره (OZ) و نصف قطره R
هو مجموعة المستقيمات الموازية لـ (OZ) و التي تشمل نقطة من (C)
كل مستقيم من هذه المستقيمات مولد لهذا السطح الاسطواني

2- مبرهنة : السطح الاسطواني الدوراني الذي محوره (OZ) و نصف قطره R هو مجموعة النقط
M(x ; y ; z) حيث $x^2+y^2=R^2$ (السطح غير محدد) . $x^2+y^2=R^2$ هي معادلة ديكارتية لـ (E)
برهان : M(x; y z) تنتمي إلى السطح الاسطواني معناه m المسقط العمودي لـ M على (XOY) ينتمي إلى (C)
أي أن $x^2+y^2=R^2$

3- مقاطع سطح اسطواني دوراني محوره (OZ) :
a) مقطع بمستو يوازي (XOY) :

2- مبرهنة : Σ السطح الاسطواني الدوراني الذي محوره (OZ) ونصف قطره R . مقطع Σ بالمستوي
(P) الذي معادلته z = a هو الدائرة من المستوي (P) التي مركزها O(0 ; 0 ; 0) ونصف قطرها R

برهان : M(x; y z) تنتمي إلى المقطع معناه M تنتمي إلى Σ و إلى (P) أي $x^2+y^2=R^2$ و $z=a$

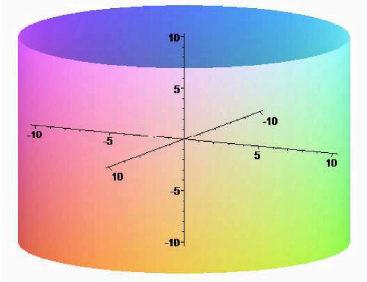
و بالتالي فإن مقطع Σ بالمستوي (P) هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) حيث $x^2+y^2=R^2$ أي الدائرة التي مركزها (a ; 0 ; 0) و نصف قطرها R .

b) مقطع بمستو (P) يوازي (XOZ) أو (YOZ) :

في هذه الحالة يكون مقطع Σ بواسطة (x = a) ، (P) أو (y = a) هو اتحاد مستقيمين موازيين لـ (OZ) أو مستقيم يوازي (OZ) أو مجموعة خالية .

برهان : (P) يوازي (x; y z) ، M(YOZ) تنتمي إلى مقطع Σ بواسطة (x = a) ، (P)

معناه $x^2+y^2=R^2$ و $x=a$ أي أن $x^2+y^2=R^2-a^2$



- المقطع مجموعة خالية $|a|\ \square\ R$
- المقطع مستقيم الموازي لـ (OZ) و المعرّف بـ $x=a$ و $y=0$ $|a|=R$
- المقطع اتحاد مستقيمين يوازيان (OZ) معرفين بالجملتين $|a|\ \square\ R$

$\begin{cases} x=a \\ y=-\sqrt{R^2-a^2} \end{cases}$ و $\begin{cases} x=a \\ y=\sqrt{R^2-a^2} \end{cases}$

تمرين محلول1:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر السطح الاسطواني الدوراني الذي معادلته الديكارتية $x^2+y^2=25$

1) a) عين تقاطع السطح مع المستويات التي معادلتها x = 7 ، x = - 5 ، x = 4

b) مثل السطح الاسطواني و التقاطعات السابقة.

2) نعتبر المستوي (P) الذي معادلته x = k . عين تقاطع السطح الاسطواني مع المستوي (P)

3) ليكن $k\in[-5;5]$ **نعتبر المستقيمات** (D_k) **حيث** $(D_K):\begin{cases} x=k \\ y=\sqrt{25-k^2} \end{cases}$

و المستقيمات (D'_k) **حيث** $(D'_K):\begin{cases} x=k \\ y=-\sqrt{25-k^2} \end{cases}$

تحقق أن (D_k) **و** (D'_k) **محتويان في السطح الاسطواني**

- بين أن السطح الاسطواني هو اتحاد المستقيمات (D_k) **و** (D'_k) **لما k يمسح المجال [-5 ; 5]**

الحل: 1) تقاطع السطح الاسطواني مع المستوي (x = 4) هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) حيث

$\begin{cases} x=4 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$ فالتقاطع هو اتحاد المستقيمين و $\begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}$

- تقاطع السطح الاسطواني مع المستوي (x = - 5) هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) حيث $\begin{cases} x=-5 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$

أي $\begin{cases} x = -5 \\ y^2 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -5 \\ y = 0 \end{cases}$ فهو المستقيم الذي معادلته

□ تقاطع السطح الاسطواني مع المستوي (x = 7) مجموعة خالية لأن الجملة $\begin{cases} x = 7 \\ y^2 = -24 \end{cases}$ مستحيلة

2) تقاطع السطح الاسطواني مع (x = k) هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) حيث $\begin{cases} x = k \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$

مع $k \in [-5;5]$ ، فهو اتحاد المستقيمين الذين معادلتاهما $\begin{cases} x = k \\ y = \sqrt{25 - k^2} \end{cases}$ و $\begin{cases} x = k \\ y = -\sqrt{25 - k^2} \end{cases}$

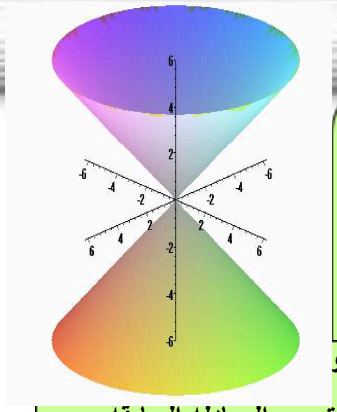
3) حسب السؤال (2) ، (D_k) و (D'_k) هما تقاطع السطح الاسطواني مع المستوي الذي معادلته x = k فهما محتويان في السطح

وبالعكس M(x ; y ; z) نقطة من السطح معناه $x^2 + y^2 = 25$ و بالتالي $x^2 \le 25$ أي $-5 \le x \le 5$

نضع x = k نحصل على $y = \sqrt{25 - k^2}$ أو $y = -\sqrt{25 - k^2}$ أي أن M تقع على (D_k) أو (D'_k) .

□ سطح مخروط دوراني

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.



1- تعريف : I نقطة من المحور (C) ، (OZ) الدائرة التي مركزها I و تقع في مستو يوازي (XOY) .
سطح مخروط دوراني ، (C) قاعدة له و رأسه O هو اتحاد المستقيمات التي تمر من O و تشمل نقطة من (C) .
*** كل مستقيم من هذه المستقيمات مولد للسطح المخروطي الدوراني**
*** هو مجموعة المستقيمات الموازية لـ (OZ) و التي تشمل نقطة من (C)**
□ كل مستقيم من هذه المستقيمات مولد لهذا السطح الاسطواني

2- مبرهنة : (Γ) سطح المخروط الدوراني الذي محوره (OZ) و (C) قاعدة له و
(Γ) هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) حيث $x^2 + y^2 = k^2 z^2$ ، $k > 0$. تسمى المعادلة السابقة ، المعادلة الديكارتية لـ (Γ)

برهان : (c) الدائرة التي مركزها I(0 ; 0 ; a) و نصف قطرها R ، (C) تقع على المستوي الذي معادلته z = a (a ≠ 0) ، M(x ; y ; z) نقطة من (Γ) تختلف عن O .
m(0 ; 0 ; z) المسقط العمودي لـ M على (A) ، (OZ) نقطة تقاطع (C) مع (OM) .

$\frac{Mm}{AI} = \frac{Om}{OI}$ نقطة من (Γ) معناه المثلثين OMm و OAI متحاكيان و بالتالي M(x ; y ; z)

أي $Mm = AI \times \frac{Om}{OI}$ أو $Mm^2 = AI^2 \times \frac{Om^2}{OI^2}$

أي أن $(x-0)^2+(y-0)^2+(z-z)^2=R^2\frac{z^2}{a^2}$ و منه $x^2+y^2=k^2z^2 \quad (k=\frac{R}{a})$

و بالعكس : مجموعة النقط M(x ; y ; z) من الفضاء حيث $x^2+y^2=k^2z^2 \quad (k=\frac{R}{a})$ هو سطح مخروط دوراني (غير المحدد) الذي رأسه O و (C) قاعدة له حيث (C) الدائرة التي مركزها K(0 ; 0 ; 1) و نصف قطرها k و تقع على السطح (z = 1)

2- مقطع سطح مخروط دوراني بمستو :

مقطع بمستو يوازي (XOY) :

مبرهنة : مقطع سطح مخروط دوراني (Γ) محوره (OZ) و رأسه O بمستو (P) يوازي (XOY) هو النقطة O أو دائرة من المستوي (P) مركزها نقطة من (OZ)

مقطع بمستو يوازي (XOZ) أو (YOZ) :

مبرهنة : مقطع سطح مخروط دوراني (Γ) محوره(OZ) ورأسه O بمستو (P) معادلته(x = a) أو(y = a) هو اتحاد مستقيمين يتقاطعان في O أو قطع زائد .

تمرين محلول 2 :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر (C) السطح الاسطواني الدوراني الذي معادلته الديكارتية $x^2+y^2=9z^2$

1) بين أن تقاطع (C) مع المستوي (P) الذي معادلته z = 2 هو دائرة يطلب إعطاء معادلة لها

في المستوي (P) ، أوجد في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ إحداثيات مركز هذه الدائرة

2) لتكن A النقطة التي إحداثياتها (3 ; 0 ; 0) و (Q) المستوي الذي معادلته x = 3 . أكتب في المعلم $(A;\vec{j};\vec{k})$ للمستوي (Q) معادلة تقاطع (C) مع (Q) .

- مثل بيانيا هذا التقاطع باستعمال برمجية مناسبة

الحل: 1) معادلة (C) هي $x^2+y^2=9z^2$ تقاطعه مع المستوي (P) هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) التي تحقق $\begin{cases}x^2+y^2=9z^2\\z=2\end{cases}$ أي $\begin{cases}x^2+y^2=36\\z=2\end{cases}$

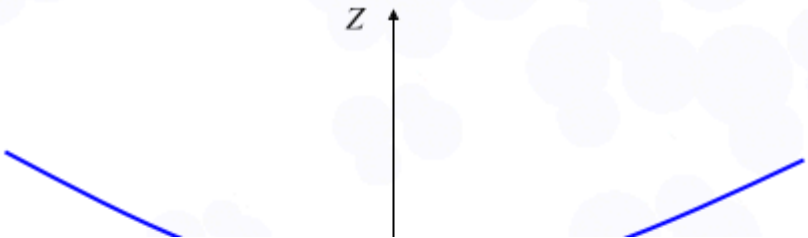
تعرّف الجملة السابقة الدائرة التي معادلتها في المستوي (P) هي $x^2+y^2=36$ مركزها في هذا المستوي هو النقطة (0 ; 0) أما إحداثيات هذا المركز في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ فهي (0 ; 0 ; 2)

2) تقاطع (C) مع المستوي (Q) هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) التي تحقق $\begin{cases}x^2+y^2=9z^2\\x=3\end{cases}$

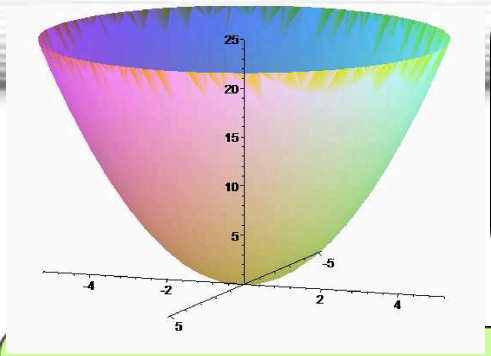
أي $\begin{cases}z^2=\frac{1}{9}(y^2+9)\\x=3\end{cases}$

في المعلم $(A;\vec{j};\vec{k})$ للمستوي (Q) تقاطع (C) مع (Q) هو المنحنى الذي معادلته كما يلي

$z=-\frac{1}{3}\sqrt{y^2+9}$ أو $z=\frac{1}{3}\sqrt{y^2+9}$



المجسم المكافئ – المجسم الزائدي



1- تعريف :

f دالة لمتغيرين في معلم للفضاء ،

مجموعة النقط M ذات الإحداثيات (x ; y ; z) حيث

$z = f(x;y)$ هو التمثيل البياني للدالة f

و يسمى المساحة التي معادلتها $z = f(x;y)$

2- تعريف : المساحة التي معادلتها $z = x^2 + y^2$

تدعى مجسما مكافئا محوره (OZ)

3- مبرهنة : مقطع المساحة (S) ذات المعادلة $z = x^2 + y^2$

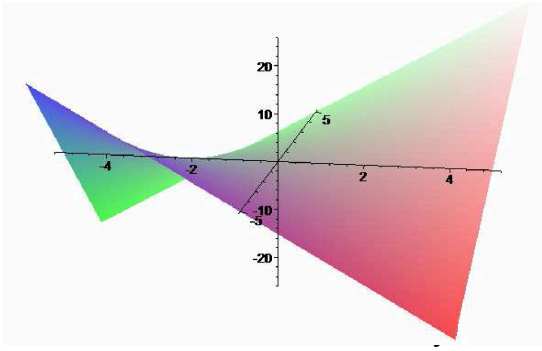
❶بمستو معادلته x = a أو y = a هو قطع مكافئ محوره يوازي (OZ)

❷ بمستو معادلته z =a هو دائرة مركزها يقع على (OZ) أو النقطة O

برهان : ❶ M(x ; y ; z) نقطة من (S) و من المستوي (x = a) أو (y = a) معناه $z = x^2 + a^2$ أو $z = y^2 + a^2$ ، المقطع إذن هو قطع مكافئ محوره (OZ) .

❷ M(x ; y ; z) نقطة من (S) و من المستوي (z = a) معناه $x^2 + y^2 = a$ و $z = a$

- a < 0 التقاطع مجموعة خالية
- a = 0 التقاطع هو النقطة O
- a > 0 التقاطع دائرة مركزها يقع على (OZ)



4- تعريف : المساحة التي معادلتها z = x y تدعى **مجسما زائديا**

5- مبرهنة : مقطع المجسم (H) ذي المعادلة z = x y

❶بمستو معادلته x = a أو y = a هو مستقيم

❷ بمستو معادلته z =a هو قطع زائد مستقيماه المقاربين يوازيان (OX) و (OY) أو هو اتحاد المستقيمين (OX) و (OY)

برهان : ❶ M(x ; y ; z) نقطة من تقاطع (H) مع المستوي x = a أو $z = ax$ و z = a المقطع إذن مستقيم

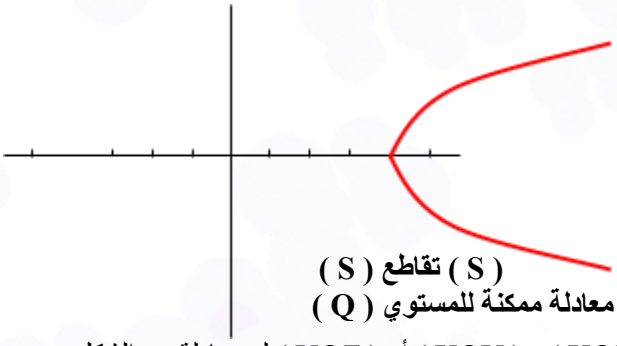
❷ M(x ; y ; z)) نقطة من تقاطع (H) مع المستوي z = a م

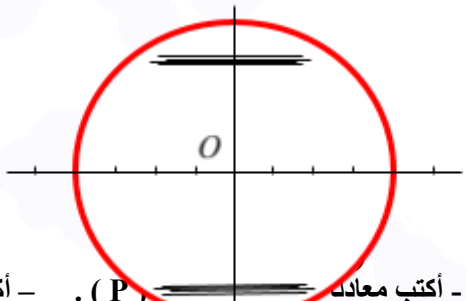
- a = 0 المقطع هو اتحاد المستقيمين $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ و $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ فهما (OX) و (OY)
- a ≠ 0 أي $y = \frac{a}{x}$ (x ≠ 0) المقطع قطع زائد مستقيماه المقاربان يوازيان (OX) و (OY)

في المستوي (z = a)

تمرين محلول 3 :

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها $z = x^2 + y^2$ في معلم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.
(P) و(Q) مستويان كل منهما يوازي (XOY) أو (XOZ) أو (YOZ)
تقاطع (P) و (Q) مع (S) ممثلة على الشكلين





(S) تقاطع (S)
- أكتب معادلة (P) . – أكتب معادلة ممكنة للمستوي (Q)

الحل: كل مستو (H) يوازي أحد المستويات (XOZ) ، (XOY) أو (YOZ) له معادلة من الشكل
$y = k$ ، $z = k$ ، أو $x = k$ حيث k عدد حقيقي .

(S)هي المساحة التي معادلتها $z = x^2 + y^2$

□ تقاطع (S) مع المستوي (H) الذي معادلته $z = k$ هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) حيث

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = k \\ z = k \end{cases}$$

دائرة أو نقطة أو مجموعة خالية .

□ تقاطع (S) مع المستوي (H) الذي معادلته $y = k$ هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) حيث

$$\begin{cases} z = x^2 + k^2 \\ y = k \end{cases}$$

قطع مكافئ

□ تقاطع (S) مع المستوي (H) الذي معادلته $x = k$ هو مجموعة النقط M(x ; y ; z) حيث

$$\begin{cases} z = k^2 + y^2 \\ x = k \end{cases}$$

قطع مكافئ .

* تقاطع (P) و (S) هو دائرة مركزها O و نصف قطرها 4 و بالتالي معادلة (P) هي من الشكل $z = k$
و نصف قطر الدائرة $\sqrt{k}$ إذن $k = 16$ معادلة (P) هي $z = 16$
* تقاطع (Q) و (S) قطع مكافئ و بالتالي (Q) له معادلة من الشكل $x = k$ أو $y = k$
رأس القطع المكافئ ($y = 0; z = k^2$) أو ($x = 0; z = k^2$) على الشكل (OZ) أفقي و $k^2 = 4$
إذن $k = 2$ أو $k = -2$ معادلة (Q) هي $x = -2$ أو $x = 2$ أو $y = -2$ أو $y = 2$

(S) المساحة التي معادلتها $z = f(x;y) = \dfrac{xy - 1}{x^2 + 1}$

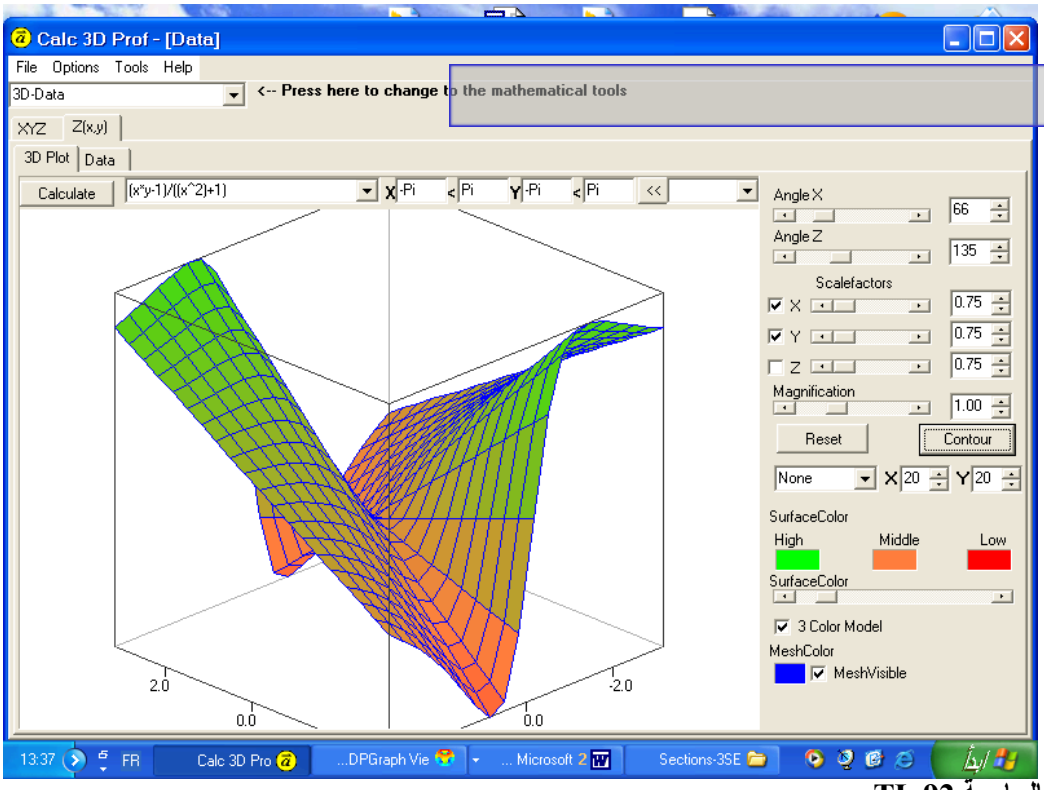
1) باستعمال برمجية مناسبة أو آلة حاسبة مثل f

2) ليكن (C) تقاطع (S) مع المستوي (P) الذي معادلته : $z=0$.

- أكتب معادلة لـ (C) و أنشئه في المستوي (P) .

الحل

1) التمثيل بالبرمجية (Multimath : ، K3D ، Calc 3D ، DPGraph ، MUPAD ....)



التمثيل بالحاسبة TI 92 :



Eyeθ = 59	Eyeϕ = 1000	EyeΨ = -18,49	Xmin = -10	Xmax = 10	Xgrid = 20
Ymin = -10	Ymax = 10	Ygrid = 20	Zmin = -5	Zmax = 4	Ncontour = 5

2) $(P): z=0$ ، $S): z=f(x;y)=\dfrac{xy-1}{x^2+1}$ وبالتالي $(S): xy-1=0$ أي $y=\dfrac{1}{x}$

(C) القطع الزائد الذي معادلته $y=\dfrac{1}{x}$

أعمال موجهة رقم 2

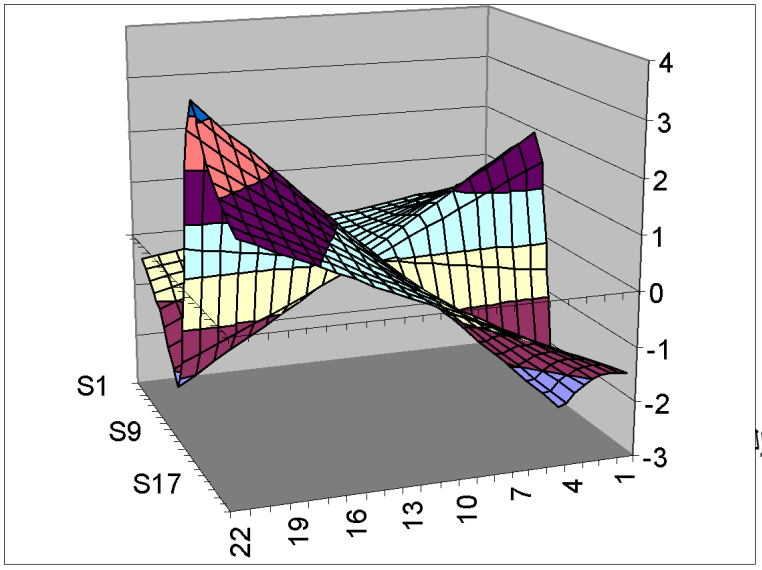
1) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها $z=\frac{xy}{x^2+1}+\frac{y}{10}$

- باستعمال مجدول أنشئ (S)

- السطر الأول : خاصة بقيم x المحصورة بين (-5) و (5) (انطلاقا من $A2$)
- نكتب في الخانة $B2$ الدستور $=B\$1*\$A2/(B\$1^2+1)+\$A2/10$ ثم $Enter$
- نعمم هذا الدستور باستعمال الزالق على المستطيل من $B2$ إلى $V22$
- التمثيل من الصنف "$Surface$"

ستتحصل على شكل مماثل لهذا

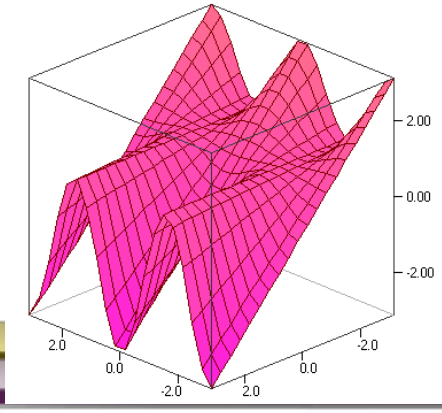


2) الفضاء منسوب إ

نعتبر المساحة

$z=5\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{y}{2}\right)$

- باستعمال الحاسبة $(TI92$ مثلا$)$ وبعد اختيار النمط $3D$ ثم أكتب المعادلة و بعد ذلك معاينة (S) .



3) باستعمال برمجية ما ،
عين المساحة (S) التي معادلتها

$z=-x\cos^2 y+\sin^2 y$

التمرين

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر (C) سطح المخروط الدوراني الذي معادلته $x^2+y^2=z^2$.

$$\begin{cases} x=t \\ y=\sqrt{3}t \\ z=2t \end{cases}$$

1) بين أن المستقيم (D) ذا التمثيل الوسيطي مستقيم مولد لـ (C)

2) لتكن النقطة A ذات الإحداثيات $(0\ ;\ 3\ ;\ 0)$ و ليكن (P) المستوي الذي معادلته $y = 3$ و (H) تقاطع (C) مع (Q).

$\begin{cases} y = 3 \end{cases}$ أي $\begin{cases} y = 3 \end{cases}$

معادلة (H) في $(A;\vec{i};\vec{k})$ من المستوي (Q) هي $z^2 = x^2 + 9$

X	$\infty+$	0	$\infty-$
(F'(x		+ 0	-
	$\infty+$		$\infty+$
(F(x		3	

تغيرات الدالة f حيث $f(x) = \sqrt{x^2+9}$

(b $\overrightarrow{AM} = x\vec{i} + y\vec{j} = x\dfrac{\vec{u}+\vec{v}}{2} + z\dfrac{\vec{v}-\vec{u}}{2} = \dfrac{x-z}{2}\vec{u} + \dfrac{x+z}{2}\vec{v}$

(c و بالتالي $\overrightarrow{AM} = X\vec{u} + Y\vec{v}$ $X = \dfrac{x-z}{2}$ و $Z = \dfrac{x+z}{2}$

معادلة (H) : $X^2 - Z^2 = -9$ معناه $(X-Z)(X+Z) = -9$

أي أن $XZ = -\dfrac{9}{4}$ $Z \quad 2 \quad \times 2 \quad = -9$

.

فإن $\overrightarrow{AM} = \dfrac{x-z}{2}\vec{u} + \dfrac{x+z}{2}\vec{v}$.

c) لتكن $(X\ ;\ Z)$ إحداثيي M في المعلم $(A;\vec{u};\vec{v})$ ،

أثبت أن M تنتمي إلى (H) معناه $XZ = -\dfrac{9}{4}$. مثل في $(A;\vec{u};\vec{v})$

تعليق

لدينا $\overrightarrow{AM} = x\vec{i} + (y-3)\vec{j} + z\vec{k}$

و بما أن M نقطة من (Q) يكون $\overrightarrow{AM} = x\vec{i} + y\vec{j}$

أي أن احداثيي M في $(A;\vec{i};\vec{k})$ هما (x ; y)

تمثيل ($-f$) بالتناظر بالنسبة للمحور (AX)

توجيهات

1. دراسة تقاطع (S) مع مستوي تقتضي حل الجملة مشكلة بمعدلتيهما
2. تقبل f نهاية حدية إذا وجد مستو معادلته من الشكل $z = k$ يمس المساحة (S)

هذا يستدعي حل و مناقشة الجملة

$$\begin{cases} z = f(x;y) \\ z = k \end{cases}$$

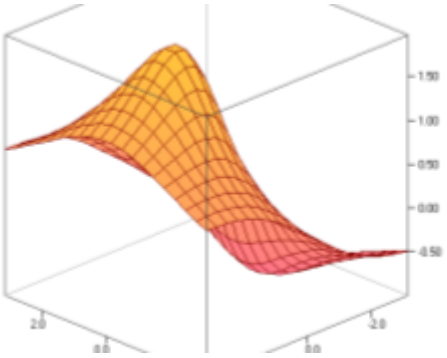
مع k وسيط حقيقي

ستجد $\left(x - \frac{2}{k}\right)^2 + y^2 = \frac{-2k^2 + 2k + 4}{k^2}$

نضع الشرط اللازم كي تقبل هذه المعادلة حلولا

حتى يكون المستوي ماسا للمساحة (S) يجب أن يكون $k^2 - k - 2 = 0$

ينتج عن هذه المعادلة الأخيرة حلان هما القيمتان الحديتان المطلوبتان.



$f(x;y) = \frac{4x + 2}{x^2 + y^2 + 2}$

- ها

مقاطع اسطوانية

1 أكتب معادلة سطح الأسطوانة الذي محوره (OZ) و الذي يشمل النقطة A(3 ; -2 ; 5)

- هل يشمل هذا السطح النقطة $B(1;2\sqrt{3};-1)$ ؟
- هل يشمل $C(-\sqrt{7};2;0)$ ؟

2 أكتب معادلة سطح الاسطوانة الذي محوره (OZ) و يشمل المستقيم (D) الذي معادلته $\begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \end{cases}$

3 في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر النقط $M_t(x;y;z)$ حيث $x=\cos t$ ، $y=\sin t$ ، $z=t$ مع t عدد حقيقي

1) بين أن النقط $M_t(x;y;z)$ تقع على (C) سطح الاسطوانة الذي محوره (OZ) و نصف قطره 1

2) هل مجموعة النقط $M_t(x;y;z)$ لما تمسح t مجموعة الاعداد الحقيقية هي (C) سطح الاسطوانة ؟

4 (C) هو سطح الأسطوانة التي محورها (OZ) و التي تشمل A(1 ; 2 ; 3)

1) عين معادلة لـ (C)

2) ميز مقاطع (C) بالمستويات التي معادلاتها :

$x=2$ ، $y=-3$ ، $z=-4$

5 (C) هو سطح الأسطوانة التي محورها (OX) و التي تشمل A(1 ; 2 ; 3)

1) عين معادلة لـ (C)

2) ميز مقاطع (C) بالمستويات التي معادلاتها :

$x=2$ ، $y=-3$ ، $z=-4$

مقاطع مخروطية

6 (C) هو سطح المخروطي الدوراني الذي رأسه O ومحوره (OZ) و الذي تشمل A(1 ; 2 ; 3)

1) عين معادلة لـ (C)

2) ميز مقاطع (C) بالمستويات التي معادلاتها :

$x=y$ ، $z=-2$ ، $z=1$

7 (D) المستقيم الذي يمر بالنقطة O وشعاع توجيه له $\vec{u}=2\vec{i}-\vec{k}$ و (C) هو سطح المخروط الذي محوره (OZ) و يحوي المستقيم (D)

1) عين معادلة لـ (C)

2) a) عين العدد الحقيقي الموجب تماما a حتى يكون مقطع (C) بالمستوي الذي معادلته $z=a$ ، دائرة (Γ) نصف قطرها 2

b) احسب احداثيات مركز (Γ)

8 في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1) a) بين أن المستويين (P) و (Q) اللذين معاداتاهما $x+y\sqrt{3}-2z=0$; $2x-z=0$ على الترتيب ليسا متوازيين

b) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) تقاطع (P) و (Q)

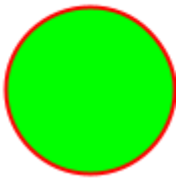
c) نعتبر (H) سطح المخروط الدوراني الذي محوره (OX) و يشمل المستقيم (D) كمولد

- بين أن معادلة (H) هي $y^2+z^2=7x^2$

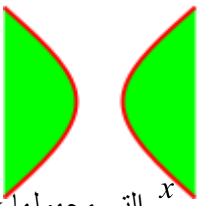
2) مثلنا على الشكلين التاليين تقاطع (H) مع مستويات موازية لمحاور الاحداثيات .

-عين في كل حالة معادلة للمستويات الممكنة مع التعليل

الشكل (1)



الشكل (2)



3) a) بين أن المعادلة $x\equiv 3[7]$ التي مجهولها x عدد صحيح لا تقبل حلولا

b) بين الخاصية التالية :

لكل عددين صحيحين a و b ، إذا كان 7 يقسم a^2+b^2 فإن 7 يقسم a و 7 يقسم b .

4) a ، b و c أعداد صحيحة غير معدومة ، بين أنه إذا كانت النقطة A(a ; b ; c) نقطة من (H) سطح المخروط الدوراني يكون a ، b و c مضاعفات للعدد 7 .

b) استنتج أن النقطة الوحيدة نت (H) و التي احداثياتها أعداد صحيحة هي رأسه .

9 في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقطتين A(0 ; 5 ; 5) و B(0 ; 0 ; 10)

1) في هذا السؤال نعتبر المستوي (P) الذي معادلته :

$x=0$

منسوب إلى المعلم $(O;\vec{j};\vec{k})$. في هذا المستوي نعتبر الدائرة (C) التي مركزها B و تشمل A

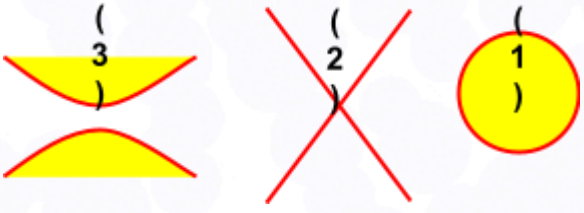
- بين أن المستقيم (OA) مماس للدائرة (C)

2) (S) الكرة الناتجة عن دوران (C) حول (OZ) و(T) سطح المخروط الناتج عن دوران(OA) حول(OZ)

a) بين أن معادلة (T) هي $x^2+y^2=z^2$

b) عين تقاطع (T) مع (S) (أذكر الطبيعة و العناصر المميزة) .

3) أحد الأشكال الموالية هو تقاطع (T) مع مستو (P_1) معادلته $x=1$. أي هذه الأشكال مناسب ؟ علل



M(x; y ; z) نقطة من (T) إحداثياتها أعداد صحيحة غير معدومة . بين أن x و y لا يكونان فرديين معا .

مقاطع سطحين معادلتاهما $z = xy$; $z = x^2 + y^2$

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها $z = f(x;y)$

من أجل كل عدد حقيقي k تقاطع (S) مع المستوي $z = k$

هو المستقيم الذي يشمل A(0 ; 1 –k ; k) و $\vec{u}(1;3;0)$ شعاع توجيه له . عين (S) و اكتب معادلة ديكارتية له .

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها $z = x^2$

1) عين مقطع (S) بالمستويات الموازية لـ (XOY)

2) عين مقطع (S) بالمستويات الموازية لـ (XOZ)

3) بين أن (S) تقبل مستوي تناظر

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها

$$z = f(x;y) = x^2 + xy$$

1) بين أن مقطع (S) مع المستوي $z = 0$ هو اتحاد مستقيمين يطلب تعيينهما .

2) أدرس مقاطع (S) بالمستوي الذي معادلته $z = k$ حيث k عدد حقيقي غير معدوم (بالخصوص المستقيمات المقاربة)

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها $z = \sqrt{|x - y|}$

1) أكتب معادلة مستوي التناظر لـ (S)

نعتبر الدالة f ذات المتغيرين

$$f(x;y) = xe^{-x^2-y^2} + 3$$

(S) هي المساحة التي معادلتها $z = f(x;y)$

1) بين أن (S) تقبل المستوي الذي معادلته $y = 0$ مستويا للتناظر .

2) نعتبر الدالة g حيث $g(x) = f(x;0)$

أدرس تغيرات g ، استنتج القيمة الحدية لـ (S)

(نقبل أنها لا تقبل إلا قيمة حدية واحدة)

3) M نقطة من (S) ، أدرس الحالة التي يكون فيها بعد M عن O غير منته

في الفضاء نعتبر (S) المساحة التي معادلتها :

$z = (x-1)^2 + (y-3)^2$ و النقطة A(1 ; 3 ; 0)

1) أكتب معادلة (S) في المعلم $(A;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

2) استنتج طبيعة (S) و عناصرها المميزة

نعتبر الدالة f حيث $f(x;y) = \ln|y - x^2|$

1) عين الأزواج الحقيقية (x ; y) التي تكون من أجلها f غير معرفة

2)بين أن (S) تقبل مستويا للتناظر و ادرس مقاطع (S) بالمستويات $z = k$ مع k عدد حقيقي غير معدوم

مسائل

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر المساحة (T) التي معادلتها

$x^2 y = z$ حيث $-1 \le x \le 1$; $-1 \le y \le 1$

1) a) تحقق أنه إذا كان M(x; y ; z) نقطة من (T) فإن M'(- x ; y ; z) نقطة من (T) . استنتج مستو تناظر لـ (T) .

b) بين أن النقطة O مركز تناظر لـ (T)

2) a) ما طبيعة منحنيات تقاطع (T) مع المستويات الموازية لـ (XOZ) ؟

b) ما طبيعة منحنيات تقاطع (T) مع المستويات الموازية لـ (YOZ) ؟

3) a) عين تقاطع (T) مع المستوي ذي المعادلة $z = 0$

b) من أجل $k > 0$ نضع K(0 ; 0 ; k) ، عين في المعلم $(K;\vec{i};\vec{j})$ معادلة منحنى التقاطع بين (T) و المستوي الذي معادلته $z = k$.

c) أنشئ المنحني السابق في $(K;\vec{i};\vec{j})$ ، عين الخصوص احاثيات طرفي القوس .

4) (D) مجموعة النقط التالية

$$(D) = \left\{ M \in \zeta / 0 \le x \le 1; 0 \le y \le 1; 0 \le z \le x^2 y \right\}$$

a) من أجل $0 \le k \le 1$ من المستوي ($z = k$) يقطع (D) في مساحة R هي مجموعة النقط M(x;y;z) من المكعب الذي ضلعه 1 حيث $z = k$; $y \ge \dfrac{k}{x^2}$

- أحسب بدلالة k ، S(k) مساحة R .

b) نضع S(0) = 1 ، أحسب (بوحدة الحجوم) حجم (D) V ( )

$$V = \int_0^1 S(k)\,dk$$

1 في مستو (P) من الفضاء ، نعتبر دائرة (C) قطرها [AB] . (Δ) المستقيم الذي يشمل A والعمودي على (P) و (S) نقطة من (Δ) تختلف عن A .

I المسقط العمودي لـ A على المستقيم (BS)

من أجل كل نقطة M من (C) نضع H المسقط العمودي لـ A على (MS) .

1) أرسم (Δ) (أفقيا) .

2) بين أنH يتنتمي الى Σ سطح الكرة التي قطرها [AS]

3) نفرض أن M يختلف عن A و B . بين أن (MB) عمودي على المستوي (AMS) .

- استنتج أن المستقيم (AH) عمودي على (BMS)

4) بين أن H تنتمي الى المستوي (P) الذي يشمل I و العمودي على (BS) .

5) a عين (T) تقاطع Σ مع (P)

b) بين أن مجموعة النقط H عندما تتحرك M على(C) هي (N) ، (T') نقطة من (T) تختلف عن A ،

يمكن أن نبين أن المستوي (AN'S) يقطع (C) في A و نقطة أخرى M

2 (C) هو سطح المخروط الدوراني الذي معادلته $x^2 + y^2 = \lambda^2 z^2$. a عدد حقيقي ، x_a هو مقطع(C) بالمستوي P_a (x = a) . نسمي A النقطة التي إحداثياتها (a ; 0 ; 0)

1) بين أن x_0 هو اتحاد مستقيمين (D_1) و (D_2) شعاعا توجيههما $\vec{u_1} = \lambda\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{u_2} = \lambda\vec{j} + \vec{k}$

2) M نقطة من المستوي P_a إحداثياها (y ; z) في المعلم $(A;\vec{i};\vec{j})$ و (Y ; Z) في المعلم $(A;\vec{u_1};\vec{u_2})$

- بين أن $y = \lambda Y + \lambda Z$ و $z = -Y + Z$

3) استنتج أنه من أجل $a \neq 0$ فإن لـ x_a في المعلم $(A;\vec{u_1};\vec{u_2})$ معادلة من الشكل $y = \frac{c}{x}$ حيث c ثابت غير معدوم .

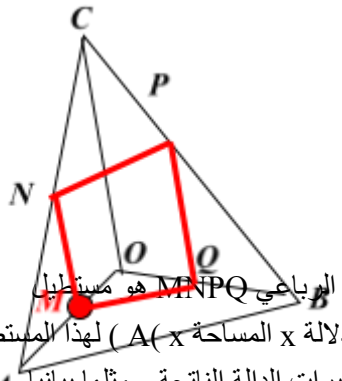
4) ما طبيعة x_a في الحالة السابقة

3 نعتبر في الفضاء ، رباعي الوجوه OABC حيث OA = OB = OC = a مع a عدد حقيقي موجب تماما و الوجوه الثلاثة OAC ، OAB و OBC هي مثلثات قائمة في النقطة O .

لتكن M نقطة من [OA] ، نضع AM = x

المستوي (P) يشمل النقطة M ويوازي المستقيمين(AB) و(OC) يقطع المستقيمين (CB) ، (AC) و (OB) في النقط P ، N و Q على الترتيب

(أنظر الشكل)



1) برهن أن الرباعي MNPQ هو مستطيل

2) أحسب بدلالة x المساحة A(x) لهذا المستطيل

3) أدرس تغيرات الدالة الناتجة و مثلها بيانيا

4) من أجل أية قيمة لـ x تكون المساحة A(x) أكبر ما يمكن ؟

5) نزود الفضاء بالمعلم $(O;\vec{OA};\vec{OB};\vec{OC})$

و لتكن H نقطة من [OB] ، نضع AM = y

و نعتبر (P') المستوي الذي يشمل النقطتين M و H ويوازي المستقيم (OC) و الذي يقطع المستقيمين (AC) و (BC) في النقطتين I و J على الترتيب .

a) ما طبيعة الرباعي MHJI ؟

b) أكتب بدلالة x و y مساحة الرباعي MHJI

ولتكن S(x ; y) .

c) هل يمكن تحديد موضعي M و H حتى تكون المساحة S(x ; y) أكبر ما يمكن ؟

4 (D) ، (D') مستقيمان متعامدان و ليسا من نفس المستوي . الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

(D) يشمل A ذات الاحداثيات(0 ; 0 ; 1)

و $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ شعاع توجيه له .

(D') يشمل B ذات الاحداثيات(0 ; 0 ; -1)

و شعاع توجيه له .

1) تحقق أن (D) و (D') متعامدان و لا ينتميان الى نفس المستوي فعلا .

تمارين

Σ مجموعة النقط من الفضاء المتساوية البعد عن (D) و(D') ، تحقق أن O تنتمي الى Σ .

2) بين أن تمثيلا وسيطيا لـ (D) هو $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ مع t عدد حقيقي .

3) أحسب كذلك بعد M عن (D')

4) استنتج أن M نقطة من Σ إذا و فقط إذا $(xy + 2z = 0$ 5

استنتج مما سبق :

a) أن تقاطع Σ مع المستويات العمودية على (AB) هو على العموم قطع زائد (حدّد الحالة الاستثنائية)

b) طبيعة تقاطع Σ مع المستويا ت العمودية على المحور ($(O;\vec{i}$) أو المحور ($O;\vec{j}$)

اختيار من متعدد

الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

في كل حالة اختر الأجوبة الصحيحة

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها $z = x - 3y + 5$

أ) تقاطعات (S) مع المستويات (k) $z = k$ عدد حقيقي ( ) هي مستقيمات متوازية .

ب) (S) مستو عمودي على المستقيم الذي يشمل O و شعاع توجيهه $\vec{u}(1;-3;1)$

ج) (S) يشمل المستقيم الذي يمر من A(-2 ; 1 ; 0) و شعاع توجيهه $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$

نعتبر المساحة (T) التي معادلتها

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{2}z^2$$

أ) C(1 ; 1 ; -2) تنتمي الى (T)

ب) (T) هو سطح مخروط دوراني محوره $(O;\vec{j})$

ج) المستقيم (d) الذي يشمل O و شعاع توجيهه $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ محتو في (T)

نعتبر المساحة (R) التي معادلتها $z = 2x + 0,5y^2 + 4$ ، تقاطع (R) مع المستوي الذي معادلته y = 0 هو :

أ) قطع مكافئ

ب) مستقيم

ج) قطع زائد

د) جواب آخر

أصحيح أم خطأ ؟

علّل جوابك

1- مجموعة النقط M من الفضاء التي إحداثياتها (x ; y ; z) تحقق x – 3 y = 5 ليست مساحة

2- تقاطع مجسم مكافئ معادلته $z = x^2 + y^2$ مع سطح كرة مركزها O هو دائرة

المساحة التي معادلتها $z = f(x;y) = \sqrt{|x|}$ تقبل المستوي ذا المعادلة y = 0 مستو للتناظر و تقاطع المساحة مع المستويات z = k (k عدد حقيقي) هو اتحاد مستقيمين موازيين لمحور الفواصل .

المساحة التي معادلتها $z = x^2 y e^{-x}$ حيث $(0 \le y \le 10; 0 \le x \le 5)$ في معلم متعامد تقطع المستوي z = 0 وفق مستقيمين

نعتبر المساحة (S) التي معادلتها (z = 2 x (y + 1) حيث $(0 \le y \le 12; 0 \le x \le 10)$

1) النقطة P(5 ; 11 ; 120) نقطة من (S)

2) المسقط العمودي لتقاطع (S) مع المستوي ذي المعادلة z = 40 على المستوي $(O;\vec{i};\vec{j})$ هو المنحنى الذي معادلته $y = \frac{2-x}{x}$

3) المستقيم (PR) محتو في (S) حيث R(4 ; 4 ; 40)

بعض البرامج باستعمال *TI 83 plus* .

الحصول على باقي وحاصل قسمة عدد صحيح على عدد طبيعي غير معدوم

البرنامج هو في الشاشة المقابلة ولتحريره نستعمل الوظائف المعينة كالتالي :

```
PROGRAM:MOD
:Input "A=",A
:Input "B=",B
:int(A/B)→Q
:A-B*Q→R
:Disp "Q=",Q
:Disp "R=",R
:
```

باللمسة PRGM نعيّن *New* نوافق ثم نسمي البرنامج مثلا *MOD* .

للحصول على Input ، Disp نستعمل اللمسة PRGM ثم I/O .

للحصول على int(استعمل اللمسة MATH ثم NUM .

للحصول على السهم → أضغط اللمسة .

للحصول على = استعمل اللمسة TEST 2 المجودة مع اللمسة MATH

للخروج من تحرير البرنامج استعمل اللمسة QUIT 2 الموجودة مع MODE

تطبيق البرنامج :

لاستعمال البرنامج ، أضغط اللمسة PRGM

ثم اختر الاسم في القائمة EXEC .

```
EXEC EDIT NEW
1:COEFBEUZ
2:DIVSEURA
3:MOD
4:PGCDSOUS
5:PREMIER
```

```
A=28
B=8
Q=
                3
R=
                4
Done
```

التّعرّف على عدد أوّلي :

```
PROGRAM:PREMIER
:Prompt N
:N→A
:If A=2 or A=3 o
r A=5
:Then
:Disp "PREMIER"
:Stop
:End
:For(N,2,3)
:If fPart(A/N)=0

:Then
:Disp "NON PREMI
ER"
:Stop
:End
:End
:5→N
:While N≤√(A)
:If fPart(A/N)=0
:Then
:Disp "NON PREMI
ER"
:Stop
:Else
:N+2→N
:End
:End
:Disp "PREMIER"
:Stop
```

باللمسة PRGM نعيّن *New* ونسمي البرنامج مثلا *PREMIER* .

للحصول على Prompt ، Disp نستعمل اللمسة PRGM ثم I/O .

للحصول على *If* ، *Then* ، *Stop* ، *End* ، *For(* ، *While* ، *Else*

نستعمل كذلك اللمسة PRGM ثم *CTL* .

للحصول على = و ≤ استعمل اللمسة TEST 2 المجودة مع اللمسة MATH

وهي موجودة في قائمة *TEST* .

أمّا *or* بنفس الخطوات السابقة وهي موجودة في قائمة *LOGIC* .

للحصول على *fPart(* استعمل اللمسة MATH ثم *NUM* .

للحصول على السهم → أضغط اللمسة .

للخروج من تحرير البرنامج استعمل اللمسة QUIT 2 الموجودة مع MODE

تطبيق البرنامج :

لاستعمال البرنامج ، أضغط اللمسة PRGM

ثم اختر الاسم في القائمة EXEC .

```
EXEC EDIT NEW
1:COEFBEUZ
2:DIVSEURA
3:MOD
4:PGCDSOUS
5:PREMIER
```

```
prgmPREMIER
N=?2009
NON PREMIER
                Done
N=?2011
PREMIER
                Done
```

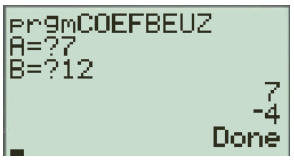
تعيّين معاملي بيزو

```
PROGRAM:COEFBEUZ
:Prompt A,B
:1→U:A→C
:While fPart((A-
1)/B)≠0
:U+1→U
:U*C→A
:End
:(1-A)/B→V
:Disp U,V
```

المطلوب تعيّين ثنائية $(x;y)$ من الأعداد الصحيحة تحقّق $Ax+By=1$.

للحصول على الوظائف أنظر البرنامجين السابقين .
وللحصول على الوظيفة ≠ نفس الخطوات للوظيفة = .

تطبيق البرنامج :



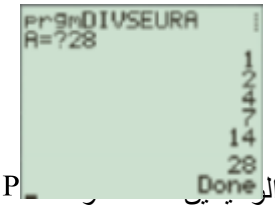


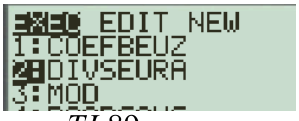
تعيّين القواسم الموجبة لعدد طبيعي A



للحصول على الوظيفتين $For($ و $Pause$ استعمل اللمسة PRGM مع CTL .

تطبيق البرنامج :

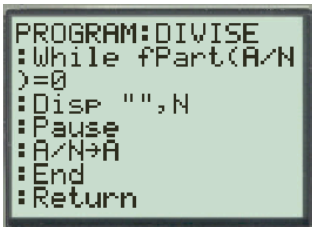


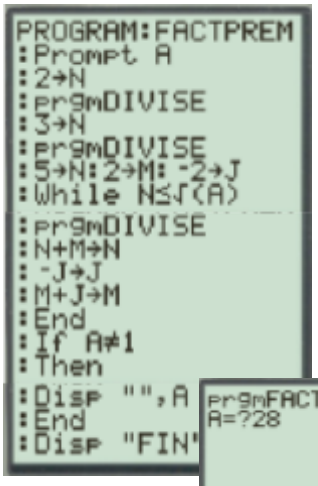


ملاحظة : الحاسبة البيانية $TI\ 89$ تحتوي على الوظيفتين $Est\ Prime$ (أو $Is\ Prime$) حيث الوظيفة mod تعطي مباشرة باقي قسمة ، والوظيفة $Est\ Prem$ (أو $Is\ Prime$) تبحث عن العدد الأوّلي .

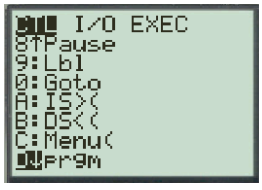
تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أوّلية :

نحرّر برنامجين ، الأوّل " FACTPREM " ويستخدم برنامجا ثانيا " DIVISE " .





استعمل نفس الوظائف ونفس اللمسات مذكورة سابقا زيادة للحصول على الوظيفتين Return و prgm



استعمل اللمسة PRGM مع CTL .

تطبيق البرنامج :



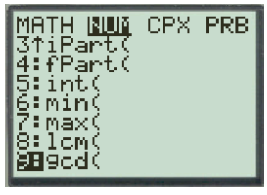


PRGM

استعمال بعض الـ البيانية $TI\ 83plus$.

القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر





نضغط على اللمسة MATH في القائمة NUM

نعيّن الوظيفة $8:lcm($ ، تدل على المضاعف المشترك الأصغر

أو الوظيفة $9:gcd($ ، تدل على القاسم المشترك الأكبر

نحجز العددين ونفصل بينهما بالفاصلة ,

المتتاليات:

المتتالية من الشكل $u_n = f(n)$

- نمثل المتتالية (u_n) المعرفة على ℕ بـ: $u_n = 2n^2 - n - 3$

❶ استعمال MODE ونحدد الخاصية Seq

❷ نحجر العبارة u_n Y=

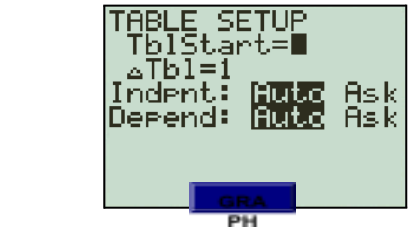
ولكتابة n نستعمل X,T,θ,n

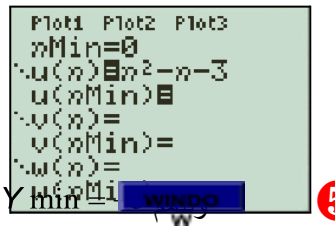
❸ WINDOW

❹ TABLE

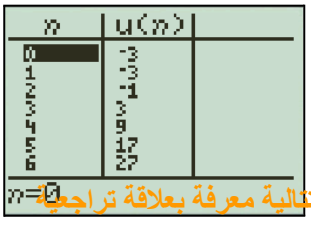
❺ GRAPH

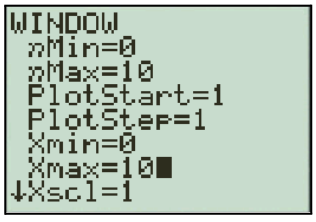
❻

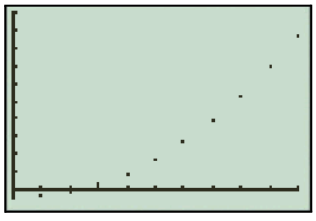




$Y\min = -100$ ، $Y\max = 100$ و $Y\scl = 5$







متتالية معرفة بعلاقة تراجعية

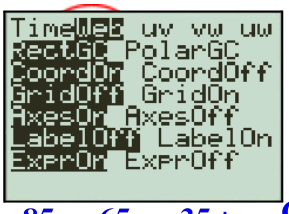
- نمثل المتتالية (u_n) المعرفة على ℕ بـ: $u_0 = 5$ و من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ ، $u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + 1$

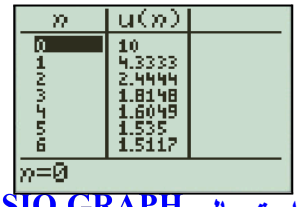
❶ نحدد الخاصية MODE Seq ثم نحجز Y= لكتابة u نضغط 7

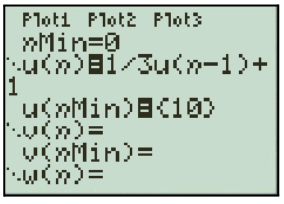
❷ TABLE

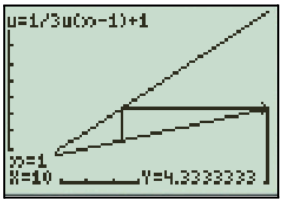
❸ نختار web ثم

❹ نختار WINDOW النافذة ثم ZOOM









استعمال CASIO GRAPH ، 35+ ، 65 و 85 .

المتتاليات من الشكل $u_n = f(n)$

حجز المتتالية u المعرفة على STAT

استعمال اللمسة M

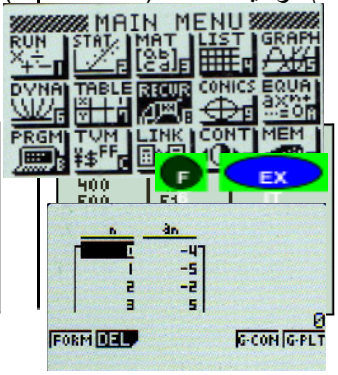
ثمّ الوظيفة الثامنة (RECUR)

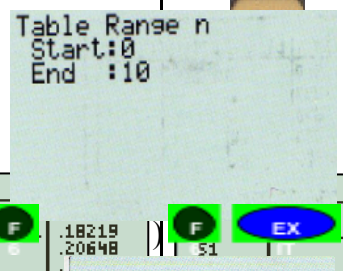
$u_n = 2n^2 - 3n - 4$ بـ:

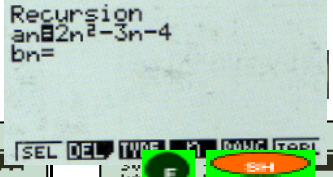
(F NG)

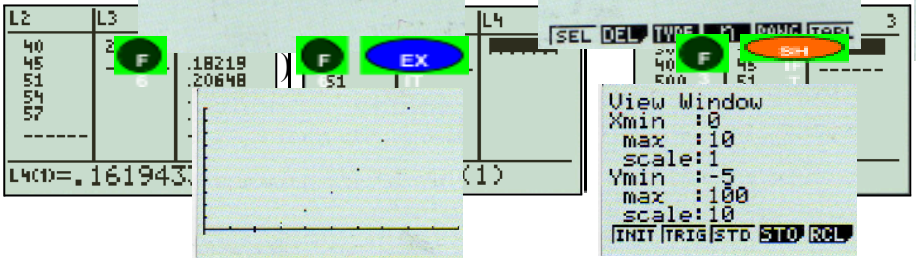
و استعمال (F EX)

ENTER







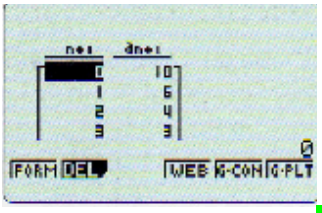


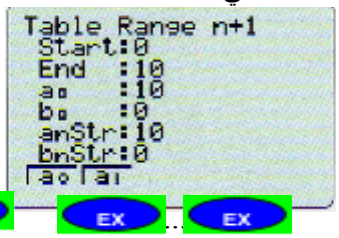
المتتاليات التراجعية

نعتبر المتتالية u المعرّفة بـ $u_0 = 10$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 0,5u_n + 1$.

استعمال اللمسة M الوظيفة الثامنة (RECUR)، (TYPE) (a_{n+1}) . (RANG) ، ونملئ (TABL)

نستعمل من أجل a_n . الخانات كما في الشاشة .







(B ...

