الكفاءات المستهدفة

- تعريف سلسلة إحصائية لمتغيرين عددين .
- تمثيل سلسلة إحصائية لمتغيرين عددين بسحابة نقط .
- تعين إحداثيي النقطة المتوسطة .
- إنشاء مستقيم تعديل خطي .
- إنجاز محاكاة لتبيان تلاؤم معطيات تجريبية مع قانون متساوي الإحتمال .

الطالب سعيد حزين جدا و هو ينظر بحسرة إلى الجدول أدناه :

لا شك أنك تتساءل لماذا ؟ إن جهوده المضنية في جمع البيانات حول دراسة إحصائية كلفه بها أستاذه تبخرت بسبب عبث أخيه الصغير بأوراقه فضاعت منه كثير من المعلومات فهو يذكر أن عدد الأشخاص الذين استجوبهم هو 400 . فهل بإمكانك مساعدة سعيد الحزين و جعله سعيدا ؟

الفئات	المراكز x_i	التكرار n_i	%	تكرار مجمّع صاعد	$n_i x_i$
[16 ; 14 [			5		
	17				1088
[22 ; [					
		84		280	
[; 24 [		40			
[30 ; 26 [	28				

الحل في آخر هذا الفصل

النشاط الأول

تُدرس بعد كل خمس سنوات

ملفات المستفيدين من السكن في القرى
و المدن المتوسطة و الكبيرة .
أظهر ت الدراسة الجدول التالي

السنة	عدد المستفيدين في المدن المتوسطة y_i	عدد المستفيدين في المدن الكبيرة z_i	عدد المستفيدين في القرى t_i
1999	124.2	988.9	24.2
2000	131.1	979	24
2001	138.9	919.5	25.9
2003	141.6	946.1	21.3
2004	152.9	1041	-

يعطى عدد المستفيدين بالآلاف .

1) أدخل كلا من هذه السلاسل في قوائم الحاسبة و عين التمثيلات البيانية لسحابات النقط في الحالات الثلاثة .

شرح الكيفية بالحاسبة

لإدخال قائمة الأعداد و لتكن و قائمة الأعداد و لتكن

1)

2)

Marque ثم اختر القائمة ، القائمة و

3 (للمعاينة أنقر تباعا على الأزرار

4 : (لتتبع نقط السحابة

2) بعد معاينة السلاسل

3) مثل النقط (x_i, y_i) في معلم متعامد مبدوه و بوحدة 2 cm لكن سنة و 1 cm لكن

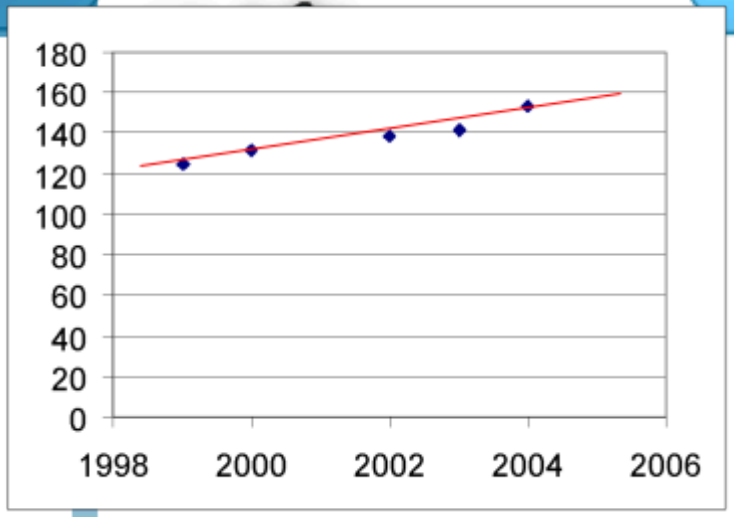
5 آلاف مستفيد .

3) أنشئ (D_1) المستقيم الذي يشمل $M_1(1999;124,2)$ و $M_5(2004;152,9)$. أكتب معادلة ديكارتية لـ (D_1)

4) أنشئ في نفس المعلم المستقيم (D_2) ذا المعادلة $y = 5,12x - 10112$

- أي المستقيمين أقرب الى السحابة ؟

النشاط الثاني



نتناول النشاط السابق من جديد . إليك تمثيل سحابة النقط و المستقيم (D_1) ، نريد إثبات أن المستقيم (D_2) الذي معادلة له $y = 5,12x - 10112$ أقرب لسحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ من

المستقيم (D_1) الذي معدلة له :

$y = 5,74x - 11350$

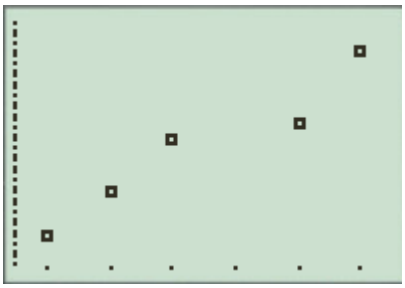
1) M_4 هي النقطة التي احداثياها (x_4, y_4)

و P_4 هي النقطة من (D_1) و التي قاصلتها x_4 فاصلة M_4

- فسر هندسيا العددين

$d_4 = y - 5,74x_4 + 11350$

و $d_4^{\,2} = (y - 5,74x_4 + 11350)^2$



2) باستعمال الحاسبة ،

- أحسب الأعداد الخمسة $(y_i - 5,74x_4 + 11350)^2$ من أجل قيم i حيث $i \in \{1,2,3,4,5,\}$

ثم أحسب المعدل $\overline{x_1}$ لهذه المربعات

شرح الكيفية بالحاسبة

لإدخال عبارة الدالة و بالنسبة للمتغير نستعمل اللمسة -1

لتعيين بداية الجدول و الخطوة ثم -2

، ، ، للتنقل داخل الجدول ثم و نستعمل الأزرار -3

3) أحسب المعدل

4) قارن بين المعدلين - التعليق

السلسلة الإحصائية لمتغيرين :

أثناء دراستنا على مجتمع إحصائي تتم أحيانا ملاحظة طبعين كميين (كملاحظة مادتي الرياضيات و الفيزياء في ثانوية ما) . عندئذ نعرّف متغيرين X و Y تعطى قيمهما x_i و y_i في لاجدول

X	x_1	x_2	x_3	...	x_n
Y	y_1	y_2	y_3	...	y_n

مجموعة الثنائيات $(x_i ; y_i)$ تشكل سلسلة إحصائية ذات متغيرين

ملاحظة : **هو الزمن تسمى سلسلة زمنية X إذا كان المتغير الأول**

1-1- سحابة نقط و النقطة المتوسطة :

في معلم متعامد (مناسب) مجموعة النقط $M_i(x_i, y_i)$ هي سحابة نقط السلسلة ذات المتغيرين X و Y

النقطة المتوسطة لهذه السلسلة هي النقطة $G(\overline{x}, \overline{y})$ حيث $\overline{x}$ معدل القيم x_i و $\overline{y}$ معدل القيم y_i

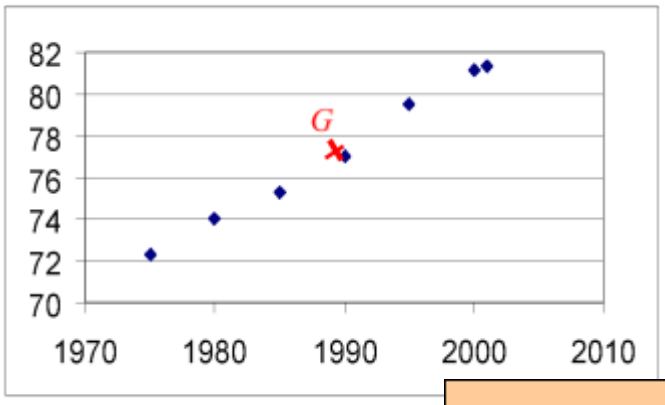
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} \qquad \bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n}$$

ملاحظة :

مثال : يوضح الجدول التالي ارتفاع نسبة النجاح في شهادة البكالوريا خلال سبعة سنوات في مؤسسة ما

السنة x_i	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2001
النسبة y_i	72,3	74	75,3	77	79,5	81,1	81,3

سحابة النقط الممثلة الممثلة لهذه السلسلة في



معلم متعامد مبدؤه $O'(1975;70)$

النقطة المتوسطة $G(1989;77,2)$

2-1- تغيير المبدأ أو الوحدة :

* تغيير المبدأ :

$z_i = x_i - a$ $\quad t_i = y_i - b$

بخواص الخطية للمعدل: $\bar{z} = \bar{x} - a$ و $\bar{t} = \bar{y} - b$. في المثال السابق $G'(14,4;7,2)$ مع أخذ $a = 1975$ و $b = 70$

* تغيير الوحدة :

$u_i = ky_i$

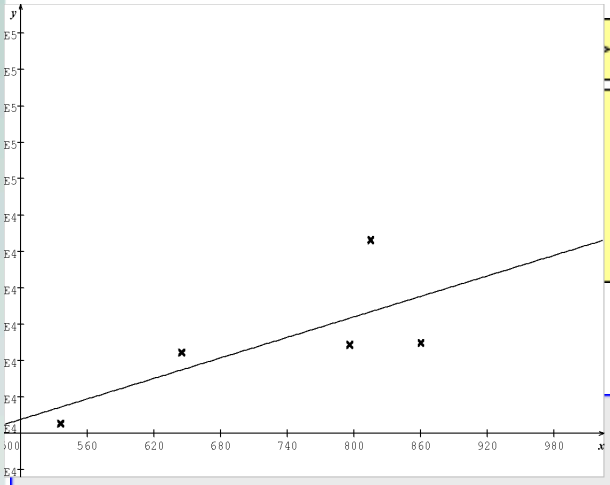
نطبق الخواص : $\bar{u} = k\bar{y}$. في المثال السابق $G''(14,4;0,772)$ مع أخذ $z_i = x_i - 1975$ و $u_i = \frac{y_i}{100}$

تمرين محلول1: يبين الجدول التالي العدد x_i لخريجي الجامعات و المعاهد العليا في خمس بلدان بدلالة عدد سكانها y_i . (x_i و y_i بالآلاف)

البلد	1	2	3	4	5
x_i	815	860	536	796	645
y_i	92539	69901	52198	69516	67804

- مثل سحابة النقط $(x_i;y_i)$ في معلم متعامد و مناسب

الحل لاختيار المعلم ، نستعمل قيم مدورة للقيم الدنيا و القصوى لكل من المتغيرين X و Y



شرح الكيفية بالحاسبة

بعد إدخال القيم و في القائمتين و على الترتيب نستعمل اللمسات

نختار كمبدأ ( )

2cm لـ 60 ألف خريج و على محور التراتيب

1cm لـ 8 ملايين نسمة .

تمرين محلول2: يعرض مصنع أسعار بالدينار لكمية مختلفة من مادة ينتجها كما يوضح الجدول التالي

الكمية x بالطن	300	400	500	600	700
السعر y بآلاف الدينارات	40	45	51	54	57

1- **عين النقطة المتوسطة** $\overline{G}\left(\overline{X};\overline{Y}\right)$ لسحابة النقط $\left(x_i;y_i\right)$.

2- **عين** G_1 النقطة المتوسطة للنقطتين الأوليتين و G_2 النقطة المتوسطة للنقط الاخرى ثم تحقق أن G نقطة من المستقيم $\left(G_1G_2\right)$.

الحل

1) باستعمال الحاسبة و بعد إدخال القيم x_i و y_i في القائمتين L_1 و L_2 على الترتيب نستعمل اللمسة STAT

ثم (Calc) ثم (Vat Stats-2:2 L_1 , L_2)

نحصل على $\overline{x}=500$ و $\overline{y}=49,4$ أي $G\left(500;49,4\right)$

2) $G_1\left(350;42,5\right)$ ، $G_2\left(600;54\right)$. معامل توجيه $\left(G_1G_2\right)$ هو $a=\dfrac{54-42,5}{600-350}=0,046$

معامل توجيه $\left(G_1G\right)$ هو $a'=\dfrac{54-49,4}{600-500}=0,046$. $a=a'$ معناه G ينتمي للمستقيم $\left(G_1G_2\right)$

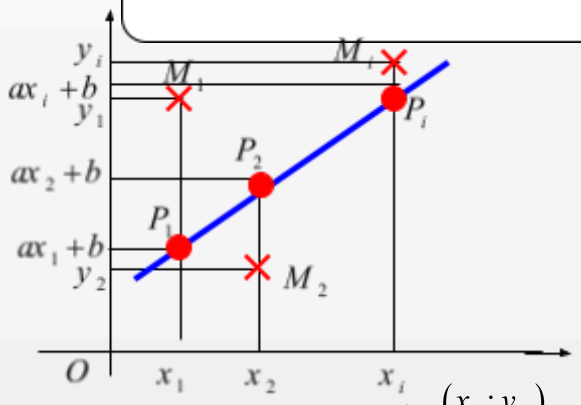
التعديل الخطي :

تعريف :

القيام بتسوية خطية أو بتعديل خطي لسحابة نقط
X بدلالة Y يعني إيجاد دالة خطية تعبر بكيفية تقريبية عن

التعديل الخطي بالمربعات الدنيا :

عندما يكون لسحابة النقط المرفقة بسلسلة إحصائية لمتغيرين عدديين شكل متطاول ، نتساءل عن إمكانية إنشاء مستقيم تقع حوله نقط السحابة .



مبدأ المربعات الدنيا :

نحسب المجموع : $S=M_1P_1^2+M_2P_2^2+\ldots+M_nP_n^2$

أي : $S=\sum_{i=1}^{n}M_iP_i^2$ حيث M_i هي نقط السحابة ذات الإحداثيات $\left(x_i;y_i\right)$ نقبل بوجود مستقيم (يسمى مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا) يشمل النقطة المتوسطة للسحابة و يجعل S أصغريا .

تعريف و مبرهنة :

مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا هو المستقيم الذي يشمل النقطة المتوسطة لسحابة النقط و معادلته المختصرة حيث
و (لأن نقطة من المستقيم)

ملاحظة :

العدد a هو $a=\dfrac{Cov(x,y)}{V(x)}$ حيث

$Cov(x,y)=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$ و $V(x)=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2$

شرح الكيفية بالحاسبة Ti83+

نستعمل اللمسات التالية b و a للحصول على العددين :

تمرين محلول

			1992	1994	2000	2004
السنة (1970) x_i	8	14	22	24	30	34
النسبة (%) y_i	4,4	5,2	4,3	3,2	3,3	2,8

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم مختار بعناية ثم أحسب إحداثيي النقطة المتوسطة G (استعمل الحاسبة)

2) - التعديل بمستقيم الأطراف .

أحسب التزايد المتوسط السنوي لحصة التكاليف ثم استنتج المعادلة المختصرة للمستقيم (M_1M_6) (مستقيم الاطراف)

3) التعديل بمستقيم مايير (MAYER) : عين G_1 النقطة المتوسطة للنقط الثلاثة الأولى و G_2 النقطة المتوسطة للنقط الأخرى ثم استنتج المعادلة المختصرة للمستقيم (G_1G_2) ، أنشئ هذا المستقيم .

4) التعديل بمستقيم الإنحدار: أكتب معادلة مستقيم الإنحدار $y=ax+b$ ، بالحاسبة عين a وb ثم أنشئ هذا المستقيم .

5) أيّ المستقيمات أقرب للسحابة (استعمل الحاسبة Ti83+)

الحل :

1) باتباع الخطوات المذكورة في النشاط (1) تظهر سحابة النقط على الشاشة .

2) التزايد المتوسط السنوي هو النسبة $\dfrac{2,8-4,4}{34-8}$ و هو معامل توجيه المستقيم (M_1M_6) و منه فمعادلته

$y=\dfrac{2,8-4,4}{34-8}(x-\overline{x_1})+\overline{y_1}$ أي $y=-0,061x+4,888$

3) $G_1(14,66;4,63)$ و $G_2(29,33;3,1)$ و $y=-0,104x+6,154$

4) باتباع الخطوات المذكورة في الدرس (2) نحصل على $a=-0,0779$ و $b=5,579$

5) باتباع الخطوات التالية :

))List Math 5 : Sum $L_2+0,061\times L_1-4,888)\wedge 2)$

القائمة L_1 هي قيم x_i و القائمة L_2 هي قيم y_i نجد (2,037) بالنسبة لمستقيم الأطراف

بنفس الطريقة نجد 1,604 بالنسبة لـ (G_1G_2) و 1,284 بالنسبة لمستقيم الإنحدار

تمرين محلول2: إليك الجدول التالي

X	200	300	400	500	600

Y	30	35	41	44	47

1- عين a و b وسيطي معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا

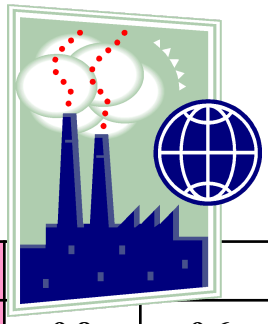
2- نضع $Z=\frac{x}{100}$ و $V=\frac{y}{100}$ **. أكتب معادلة مستقيم الإنحدار (Z بدلالة V) . ماذا تلاحظ ؟ فسّر .**

الحل باستعمال الحاسبة نتبع الخطوات التالية : $L_4=L_2\div 100$ و $L_3=L_1\div 100$

مّ L_3,L_4 Enter 4: LinReg (ax+b) . نلاحظ أن $a=0,043$ (لا يتغير)

بينما $b=0,222$ (يضرب في 0,01) لأن $b=\overline{y}-a\overline{x}$ (حسب خاصية الخطية للمتوسط الحسابي)

• التعديل بقطع مكافئ



يوضح الجدول التالي درجة التلوث
في مدينة صناعية على مدار سبع سنوات

السنة x_i			3	4	5	6	7
الدرجة y_i	9.8	9.6	9.7	10,3	11,5	12,7	14,6

1) با باستعمال الآلة الحاسبة مثل سحابة النقط $(x_i;y_i)$

التذكير بالخطوات

لإدخال قائمة الأعداد و لتكن و قائمة الأعداد و لتكن

1)

2)

marque ثم اختر القائمة ، القائمة والنوعية

3 (للمعاينة أنقر تباعا على الأزرار

4 : (لتتبع نقط السحابة

2) شكل

نطع L_3 أكتب قائمة القيم z_i

3) باتباع الخطوات السابقة مثّل على شاشة الحاسبة النقط $(x_i;y_i)$

4) أكتب معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا لـ y بدلالة z ، $(y=az+b)$ و مثّله على شاشة الحاسبة (تعطى قيمتي a و b مدورتين الى 10^{-1})

5) استنتج معادلة القطع المكافئ المعدّل لسحابة النقط $(x_i;y_i)$

ملاحظة :

تستغل دالة التعديل للقيام باستكمالات داخلية أو خارجية

مثال :

يمكن توقع درجة التلوث خلال السنة العاشرة مثلا و ذلك بتعويض $x=10$ في الدالة $f(x)=a(x-2)^2+b$

لنجد قيمة y .

نقارن في الجدول التالي نسبتي الناجحين بدرجة جيد في امتحان البكالوريا في ثانويتين (1) و (2) خلال سنوات معينة كما يوضح الجدول .

السنة	1985	1990	1995	2000	2001	2002	2003
الرتبة x_i	0	5	10	15	16	17	18
الثانوية (1) y_i	3,7	3,2	4,2	5,8	6	6,5	6,4
الثانوية (2) z_i	9	7,5	10,2	8,2	7,4	7,7	8,3

• تعيين النزعة باستعمال المجدول إكسال

لتعيين مستقيمي الإنحدار بالمربعات الدنيا لسحابتي النقط $(x_i;y_i)$ و $(x_i;z_i)$ نملأ ورقة العمل كما يلي

تخصص الخلايا A2 ، B2 ، C2 و D2 للعناوين

- العمود الأول خاص بالسنوات من الخلية A3 الى الخلية A9
- العمود الثاني خاص بالرتبة x_i من الخلية B3 الى الخلية B9
- العمود الثالث خاص بالقيم y_i من الخلية C3 الى الخلية C9
- العمود الرابع خاص بالقيم z_i من الخلية D3 الى الخلية D9

• تعيين سحابتي النقط في نفس المعلم

(قم بتحديد الحيز **D9:B2** من ورقة العمل ثم أنقر على زر ثم نختار nuage de point و ثم إنهاء سيظر التخطيط المطلوب . أنقر بالزر الأيمن للفأرة على إحدى النقط تفتح نافذة ، أنقر على ط اتجاه " (ajouter un courbe de tendance) ثم اختر " خطي " (lineaire) ثم موافق

- ضف مستقيم الإنحدار للسحابة $(x_i;z_i)$ بنفس الكيفية

ملاحظة :

لإظهار معادلة منحنى النزعة ، أنقر باليمين على المستقيم ثم تتبع الخطوات التالية
1- تنسيق خط الاتجاه (format de la courbe de tendance)
2- خيارات (options)
3- عرض المعادلة على التخطيط (afficher l'equation sur le graphique)

• للبحث عن تعديل آخر (أدق)

- أنقر باليمين على إحدى النقط ثم أنقر على " إضافة خط اتجاه" (ajouter un courbe de tendance) ثم اختر الشكل " متعدد الحدود " (polynomiale) و كذلك الرتبة التي تناسب كثير الحدود .
- ماهو الإختيار الذي يبدو أكثر ملائمة ؟

بنفس الطريقة أبحث عن تعديل أدق للسحابة $(x_i;z_i)$

- ماهي النسبة المتوقعة للناجحين بدرجة جيد في الثانوية (1) سنة 2008 ؟

الجزء الأول :

يوضح الجدول التالي عدد مستعملي الهاتف النقال في بلد ما

الشهر	1996/12	1997/10	1998/5	1998/10	1999/2	1999/7	1999/9	2000/3

الرتبة x_i	0	10	17	22	26	31	33	39
ع المستعملين y_i (بالمليون)	2,5	4,5	7,2	9,4	12	15	16,2	22,6

1) **القيام بالتعديل :**

أ) مثّل سحابة النقط للسلسلة $(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد و متجانس (1cm يمثل 4 أشهر على محور الفواصل و 1cm يمثل 1 مليون على محور التراتيب)

ب) هل التعديل التألفي مبرّر ؟ عين النقطة المتوسطة G ، أكتب معادلة (D) مستقيم التعديل لـ y بدلالة x باستعمال طريقة المربعات الدنيا (a و b مقربتان إلى 10^{-2})

ج) أنشئ (D) .

2) **القيام بتعديل آخر : نعتبر الجدول**

الشهر	1996/12	1997/10	1998/5	1998/10	1999/2	1999/7	1999/9	2000/3
الرتبة x_i	0	10	17	22	26	31	33	39
$z_i = \ln(y_i)$	(Ln(2,5	(Ln(4,5	(Ln(7,2	(Ln(9,4	(Ln(12	(Ln(15	(Ln(16, 2	(Ln(22, 6

نعتبر السلسلة الإحصائية $(x_i ; z_i)$ حيث $(x_i ; y_i)$

أ) نقبل أن معادلة مستقيم التعديل لـ z بدلالة x المحصل عليها بطريقة المربعات الدنيا هي $z = 0,056\ x + 0,961$

عبّر عن y بدلالة x ثم ضع y على الشكل $y = \alpha e^{0,56x}$ (أوجد قيمة α مدورة ا لى 10^{-2})

ب) لتكن g الدالة المعرفة على [0 ; 50] بـ $g(x) = 2,6e^{0,056x}$.

-باستعمال الحاسبة البيانية أنشئ بعناية (C) منحنى g

- أي التعديلين يبدو أقرب ؟

الجزء الثاني : سنقارب بالحساب التعديلين السابقين

1) حل المتراجحة $g(x) \geq 0$ ، استنتج السنة و الشهر الذي يكون انطلاقا منه عدد مستعملي النقال أكبر من 35 مليون (حسب النموذج الثاني)

2) نعتبر الدالة h حيث $h(x) = f(x) - g(x)$ ، أدرس تغيرات الدالة h (تعطى القيمة x_0 التي تعدم المشتقة 'h مدورة الى الجزء الصحيح) لاحظ أن $g'(x_0) = 0,5$

3) ليكن (T) مماس (C) في النقطة ذات الفاصلة x_0 ، ماذا نقول عن (T) و (D) . أنشئ (T)

4) ماذا تمثل x_0 عند مقارنة f و g ؟

- بين أن h تنعدم من أجل قيمتين لـ x هما x_1 و x_2 يطلب حصرا لكل منهما بين عددين صحيحين

5) ماذا يمثل x_1 و x_2 عند مقارنة f و g ؟

الجزء الأول :

في بلدية ما يدفع المواطن ضريبة حس بدخله الشهري كما يوضحه الجدول :

x_i	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
y_i	0	0,025	0,04	0,06	0,1	0,16	0,25	0,4	0,65	1

الأعمال الموجهة

مثلا الزوج (0,25 ، 0,7) معناه 70% من المواطنين يدفعون 25% من الضريبة الكلية للبلدية .

1) أ) مثل سحابة النقط $(x_i ; y_i)$ (المعلم متعامد و متجانس ، الوحدة 10cm)
ب) هل التعديل الخطي مبرر ؟
2) نعتبر المتغير الاحصائي $z = \ln y$ من أجل قيم y الأكبر تماما من الصفر .

أ) أنقل و أكمل الجدول التالي (تقرب قيم z_i الى 0,01)

x_i	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
z_i	3,69-								

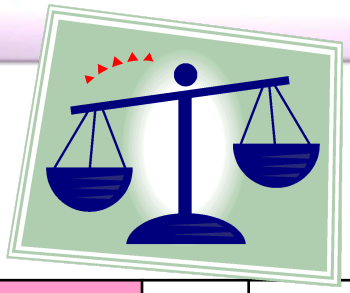
ب)أكتب معادلة للمستقيم المحصل عليه كتعديل خطي بطريقة المربعات الدنيا على الشكل $z = a x + b$
(يقرب a و b الى 0,1)

ج)استنتج علاقة بين x و y بالشكل $y = \alpha e^{a.x}$ (تقرب قيمة α ا لى 10^{-2})
3) أنقل وأكمل الجدول بقيم مقربة الى 0,01 (قارن م ع الجدول السابق و علق)

x_i	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\alpha e^{a.x}$									

الجزء الثاني :

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على [0 ; 1] كما يلي : $f(x) = 0,01 e^{4,6.x}$ و $g(x) = x - f(x)$
(c) منحنى f و (D) المستقيم الذي معادلته y = x
1) أ) باستعمال f(x) كتعديل لـ y في الجزء الأول ، عين بنسبة 1% (مقربة) نسبة المواطنين الذين يدفعون نصف ضريبة البلدية .
ب) أدرس تغيرات الدالة f و أنشئ منحناها البياني و كذا المستقيم (D) في المعلم السابق .
2) أ) حل في المجال [0 ; 1] ، $f'(x) = 1$ ، الحل β يقرب الى 0,01
- أنشئ (T) مماس (C) في النقطة التي فاصلتها β .
ب) حل في المجال [0 ; 1] ، $f'(x) \leq 1$ و أوجد علاقة بين $f'(x)$ و $g'(x)$ ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة g
ج) من أجل أي قيمة لـ x تأخذ f أكبر قيمة ، فسّر النتيجة هندسيا .



أعطت دراسة حول منتوج مستهلك
السلسلة الإحصائية $(x_i ; y_i)$ حيث x_i هو الثمن
بالدينار للكيلوغرام (Kg) و y_i الكمية المطلوبة بالطن .

الثمن x_i	100	115	120	130	137	150	165	188	200
الكمية y_i	5,8	5,2	5,1	4,8	4,6	4,3	4	3,7	3,5

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد .
(1cm لكل 10 دينار على محور الفواصل و 2cm لكل طن على محور التراتيب)

- هل التعديل الخطي مبرّر ؟

2) - أكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الإنحدار (Δ) (y بدلالة x) (يعطى المعاملان مدوران الى 10^{-2})
- أنشئ هذا المستقيم في نفس المعلم .
- أحسب الكمية المطلوبة للمنتوج بالنسبة لثمن مقداره 245 دينارا للكيلوغرام .

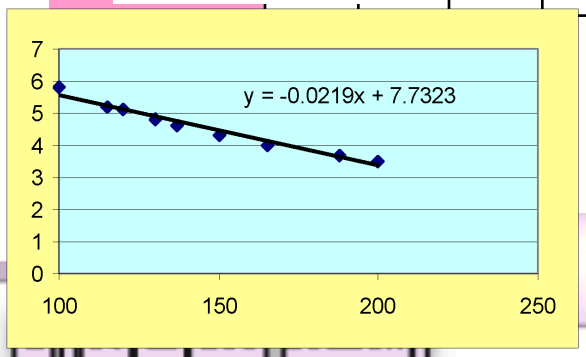
3) نضع $z = \frac{100}{y}$ ، أحسب القيم z_i مدورة الى 10^{-1} ثم عين المعادلة المختصرة لمستقيم الإنحدار (z بدلالة x)
(يعطى المعاملان مدوران الى 10^{-2})

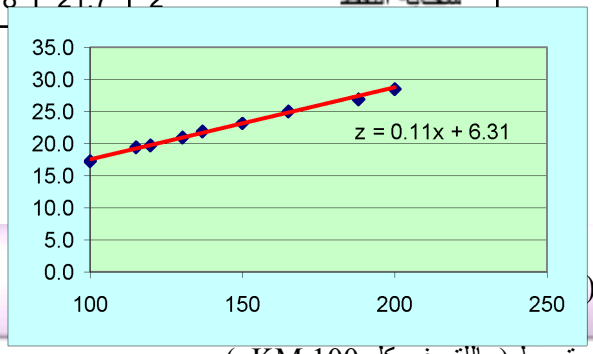
- استنتج الدالة f التي ترفق الثمن x الكمية المطلوبة y حسب هذا التعديل و تحقق أن $f(245) \approx 3,09$

4) نعلم أنه من أجل الثمن 245 دينارا تكون الكمية المطلوبة للمنتوج 3,2 طن
- أيّ التعديلين أدق ؟

حل مختصر

الثمن x_i	100	115	120	130	137	150	165	188	200
الكمية y_i	5.8	5.2	5.1	4.8	4.6	4.3	4	3.7	3.5
سحابة النقط			19.6	20.8	21.7	2		سحابة النقط	





متوسط (باللتر في كل 100 KM)
أي (L/100)

ثمن الشراء x_i	30,8	31,2	31,62	32,25	33,65	34,4	34,8	36,2	36,8	43,4
الأستهلاك y_i	7,4	7,6	7,7	7,8	8,4	8,5	8,6	8,9	9	9,8

1) مثل سحابة النقط $(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O'(30,7)$ و بوحدة 1cm لكل 100.000 دينار (فواصل) و 1cm لكل 0,5L (تراتيب) .
- هل التعديل الخطي مبرّر ؟

2) عين إحداثيي G النقطة المتوسطة للسحابة و علّم G في نفس المعلم .

3) - أكتب معادلة (Δ) مستقيم التعديل الخطي بالمربعات الدنيا على الشكل $y = ax + b$
- أنشئ (Δ) في نفس المعلم

4) اشترى أحد الخواص شاحنة بثمن 6510000 دينارا ، باستعمال التعديل الخطي السابق
- بكم يقدر الإستهلاك المتوسط في كل 100 كيلومتر لهذه الشاحنة ؟

5) لاحظ المشتري أن الإستهلاك هو 13 لتر في كل 100 كيلومتر
- هل التعديل الخطي المقترح مناسب ؟

إرشادات

(TI83) يمكن التحقق من النتائج باستعمال الحاسبة
1- إدخال القائمتين و
2- تمثيل السحابة (مع الإختيار الأنسب للمعلم باللمسة)
3- حساب و
4- a و b حساب
5- تعويض في المعادلة

حل صفحة المقدمة

الفئات	المراكز x_i	التكرار n_i	%	تكرار مجمع صاعد	$n_i x_i$
[14 ; 16 [	15	20	5	20	300
[16 ; 18 [	17	64	16	84	1088
[18 ; 22]	20	112	28	196	2240
[22 ; 24 [	23	84	21	280	1932
[24 ; 26 [	25	40	10	320	1000
[26 ; 30 [	28	80	20	400	2240

الآن سعيد فعلا سعيد و هو يبعث بخلص تشكراته لكل من اهتم بمشكلته و ساعده بقليل من التفكير.

1 - سلسلة إحصائية ذات متغيرين

1 أحسب معدل السلاسل التالية (دون حاسبة) باستعمال خواص الخطية للمعدل

أ) 101 102 103 104 105 106

ب) 23550 23575 23600 23650 23700

ج) 0,0062 0,0057 0,0055 0,0052

د) 16 14 9 12 10 10 13 14 17

2 1) أحسب معدل السلاسل التالية و معدل مربعاتها

أ) 2 5 7 8 4 12 7 9 10 11

ب) 0,1 0,5 0,3 0,2 0,1 0,4

2) معدل مربعات قيم السلسلة هل يساوي مربع معدل قيم السلسلة ؟

3 باستعمال الحاسبة ، أحسب المعدل والانحراف المعياري للسلاسل التالية :

أ) 2,2 2,5 1,9 1 3,3 0,1 2,3 3,1 2,4 2,4 3,5 1,2 2,6 1,6 0,9

ب) 11 12 10 11 10 13 12 14 13 12

ج) 2 5 18 5 2 12 6 7 16 15 12 17 4 7 10

4 السلسلة المرتبة التالية تمثل علامات تلاميذ في اختبار ما

4	4	4	4	5	6	6	6	6	6	7
7	8	8	8	8	8	9	9	10	11	11
11	12	12	13	13	14	15	16	18		

1. حدد الوسيط و الربعيين الأول و الثالث.
2. أدخل هذه السلسلة في الآلة الحاسبة و أنشئ المخطط بالعلب و استخرج Q_1 و Me و Q_3 ثم احسب بالآلة هذه القيم ، هل هي نفسها ؟
3. أنشئ المخطط بالعلب باستعمال القيم المتحصل عليها حسابيا في السؤال (1).

أحسب الوسط الحسابي و قارنه مع الوسيط.

5 نعتبر السلسلتين الإحصائيتين التاليتين:

x_i	1	2	3	4	5
y_i	0,42	0,76	0,60	0,08	0,21
x_i	6	7	8	9	10
y_i	0,92	0,61	0,58	0,3	0,26

t_i	1	2	3	4	5
z_i	15,9	16,0	17,0	17,5	17,8
t_i	6	7	8	9	10
z_i	18,0	18,5	19,0	20,3	20,1

1) مثل سحابة النقط $(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد طول الوحدة على محور الفواصل 1 cm و على محور التراتيب 10 cm

2) مثّل سحابة النقط $(t_i ; z_i)$ في معلم مناسب

6 إليك الجدول التالي:

t_i	1996	1997	1998	1999	2000	2001
x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	4,399	4,305	4,157	4,188	4,201	4,353

1) مثل سحابة النقط (t_i, y_i) في معلم متعامد مبدؤه $O(1996; 4,1)$ و بوحدة 2cm لكل وحدة على محور الفواصل و 1cm لكل 0,05 على محور التراتيب

2) بأية تحويلة يمكن الحصول على سحابة النقط (x_i, y_i) انطلاقا سحابة النقط (t_i, y_i) ؟

7 1) من أجل كل سلسلة في التمرين (5) أحسب إحداثيي النقطة المتوسطة .

2) حدد في كل حالة النقطة المتوسطة على سحابة النقط

8 الجدول التالي يبين x_i نسبة الأمية و y_i متوسط عمر النساء في 15 دولة نامية .

x_i	30,2	57,8	43,4	21,7	38,4
y_i	55	59,4	56,8	57,6	50,3
x_i	28,6	31	22,7	51,4	45,6
y_i	58,7	55,5	58,9	52,4	56,4
x_i	52,5	47,1	69,1	35,7	25,8
y_i	51,5	52,7	41	47,5	54,6

1) أحسب إحداثيي النقطة المتوسطة $G(\overline{x}; \overline{y})$

2) مثل هذه السلسلة ذات المتغيرين في معلم متعامد مبدؤه $O(20; 40)$ و بوحدة 1cm لـ 2% على محور الفواصل و 1cm لكل سنتين على محور التراتيب و بين النقطة المتوسطة على البيان.

9 أوجد إحداثيي النقطة المتوسطة للسلسلة (t_i, y_i) المعطاة في التمرين (6) و استنتج دون حساب إحداثيي النقطة المتوسطة للسلسلة (x_i, y_i) . حدد خاصية المعدل المستعمل .

1 نعتبر السلسلة (x_i, y_i) التالية تمثل إنتاج الحبوب في الجزائر (الوحدة : مليون قنطار)

x_i	1962	1968	1976	1978	1980

y_i	23	16	23,1	15,3	24,2

x_i	1982	1990	1997	2001	2002
y_i	15,2	16,2	8,6	26,5	19,5

المصدر:الديوان الوطني للإحصاء (**الجزائر بالأرقام 2005**)

- مثل سحابة النقط لهذه السلسلة على الحاسبة البيانية ثم حدد بالحساب إحداثيتي النقطة المتوسطة G .

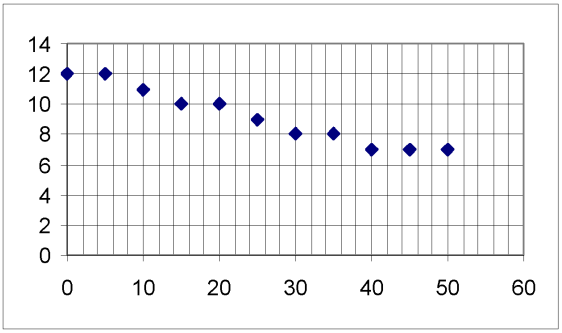
1 بتوظيف سلسلة التمرين السابق (رقم 10) . القيم x_i في القائمة (1) و القيم y_i في القائمة (2)

1) نضع $d_i = x_i - 1980$. ما الحساب المطلوب إنجازه على القائمتين للحصول على القيم d_i ؟

2) حدد النقطة المتوسطة G_2 لسحابة نقط السلسلة (d_i, y_i) باستعمال خواص المعدل .

3) مثّل السلسلة (d_i, z_i) في معلم متعامد مناسب

1 التمثيل البياني التالي يبين نسبة النمو الديموغرافي في الإتحاد الأوربي (%) (25 دولة مجتمعة) بين سنوات 1960 و 2002 بالنسبة للنمو الديموغرافي العالمي .



1) ما تفسيرك للنقطة الواقعة على محور التراتيب ؟

2) أنشئ جدول للقيم المبينة على هذا المعلم ؟

3) أحسب إحداثيي النقطة المتوسطة G للسحابة.

4) كيف تصبح إحداثيي النقطة المتوسطة G' إذا غيّرنا المعلم ليصبح محور التراتيب محورا للسنوات ؟

1 من أجل تمثيل أمثل لسحابة نقط ، يبقى في أثناء اختيار المعلم أن ننتبه لطبيعة قيم السلسلة .

الجدول التالي يمثل إنتاج البترول في الجزائر (الوحدة : ألف برميل)

x_i	1992	1993	1994	1995	1996

تمارين

y_i	742	746	752	762	807
x_i	1997	1998	1999	2000	2001
y_i	811	826	858	893	874

1) أ) نأخذ $x_i = 0$ في 1992 و z_i القيمة المدورة إلى 10^5 لكمية الإنتاج (مثلا $x_i = 4$ ، $z_i = 8$)
- أعط السلسلة المضاعفة الجديدة . ما تعليقك ؟

2) خذ مبدأ السنوات 1992 و $d_i = \frac{y_i - 700}{100}$
- أعط السلسلة المضاعفة الجديدة . ما تعليقك ؟

3) استفادة من السؤالين السابقين اختر معلما مناسبا يؤكد القراءات التالية :
أ) منذ 1992 ، إنتاج البترول في تزايد .
ب) يشهد إنتاج البترول في الجزائر تطور هاما : حوالي 20000 برميل إضافي سنويا .
ج) إنتاج البترول يشهد استقرارا نسبيا منذ 1992 .

الجدول التالي عدد المتقاعدين r_i بالآلاف و نسبة النمو الديموغرافي t_i في بلد ما :

x_i	1990	91	92	93	94	95	96
r_i	7316	7618	7936	8241	8508	8750	8971
t_i	1,88	1,79	1,77	1,66	1,62	1,61	1,56
x_i	97	98	99	00	01	02	03
r_i	9182	9384	9589	9701	9844	10012	10203
t_i	1,54	1,54	1,56	1,59	1,60	1,65	1,62

1) أدخل القيم في ثلاث قوائم على الآلة الحاسبة واحسب إحداثيي النقطة المتوسطة G للسلسلة (x_i, y_i)
ثم إحداثيي النقطة المتوسطة H للسلسلة (x_i, t_i)

2) من أجل كل من المعلومات التالية ، أوجد تغييرا للمعلم (المبدأ أو السلم) مناسبا (يؤكد المعلومة و يوضحها)
أ) عدد المتقاعدين ازداد بقوة منذ 1990 ، حوالي 300000 متقاعد إضافي خلال 13 سنة !
ب)نسبة النمو الديموغرافي تؤول إلى الاستقرار منذ 1994
ج) نسبة النمو الديمغرافي في تباين كبير منذ 1990 .

الجدول التالي يبين دراسة نسبة الكراء في مدخول المواطن

a	1978	84	92	94	00	04
$x_i = a - 1970$	8	14	22	24	30	34
y_i (%)	4,4	5,2	4,3	3,2	3,3	2,8

1)مثّل سحابة النقط (x_i, y_i) في معلم متعامد مختار جيدا
- أحسب إحداثيي النقطة المتوسطة G للسحابة .

2) **التعديل بمستقيم (الطرفين)**
أحسب التزايد المتوسط السنوي لنسبة الكراء و استنتج معادلة مختصرة للمستقيم (M_1M_2)

3) **التعديل بمستقيم ماير (Mayer)**
حدد إحداثيي النقطة المتوسطة G_1 للنقط الثلاث الأولى و النقطة المتوسطة G_2 للنقط الثلاثة الأخيرة .
- أكتب معادلة مختصرة للمستقيم (G_1G_2) و أنشئه على البيان .

3) **التعديل بمستقيم الإنحدار :**
أوجد معادلة مستقيم الإنحدار $y = ax + b$. تعطى a و b مدورة بثلاثة أرقام . أنشئ هذا المستقيم .

4) التخمين :
باستعمال كل من التعديلات السابقة قدّر نسبة الكراء سنة 2010 ثم سنة 2030 حسب التعديل بمستقيم الإنحدار .

الجدول التالي يبين متوسط العمر لدى النساء في إحدى الدول المتقدمة .

a_i	1990	1991	1992	1993	1994	1995
q_i	80,9	81,1	81,4	81,4	81,8	81,9
a_i	1996	1997	1998	1999	2000	2001
q_i	82,0	82,3	82,4	82,4	82,7	82,7

نضع $x_i = a_i - 1990$ و $y_i = q_i - 1990$

1) أكتب معادلة مختصرة لمستقيم الإنحدار y بدلالة x ، تعطى المعاملات مدورة إلى 10^{-3} .

2) أ) حسب هذا التعديل الخطي ، ما هو التزايد المتوسط لمتوسط العمر خلال 10 سنوات ؟
ب) أحسب متوسط العمر المتوقع سنة 2005 .
ج) في أية سنة يتجاوز متوسط العمر 85 سنة ؟

3) متوسط العمر للنساء في سنة 2004 كان **83,8** سنة . هل التعديل الخطي بالمربعات الدنيا يعطي هذه النتيجة ؟ أعط بالنسبة المئوية الخطأ المرتكب .

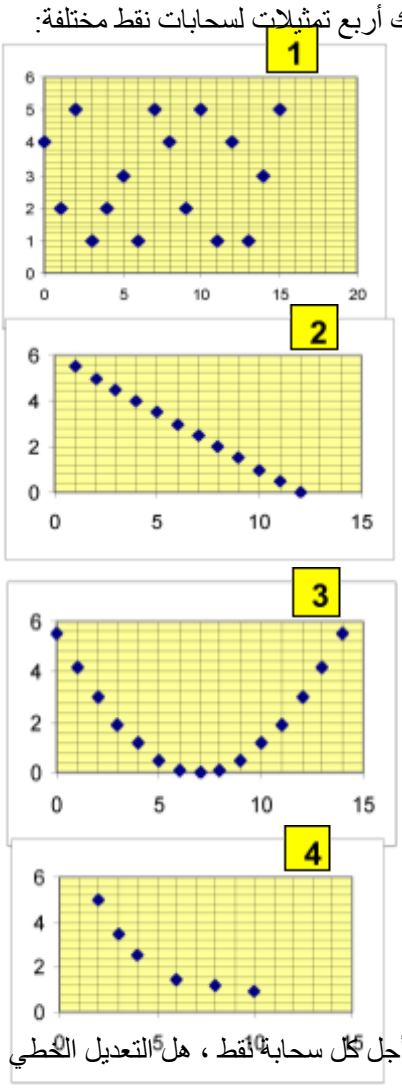
1 الجدول التالي يبين مدى تأثر قضيب معدني طوله $l_0 = 1005mm$ بالحرارة (تمدد و انكماش) (Δ_i مقدار تمدد القضيب بالميليمتر mm و θ_i درجة الحرارة بالدرجة المئوية $^\circ C$)

θ_i	10	20	30	40	50
Δ_i	0,34	0,51	0,66	0,76	0,89

نضع $x_i = \dfrac{\theta_i - 30}{10}$ و $y_i = 100\Delta_i - 66$

1. أكتب معادلة مستقيم الإنحدار
2. استنتج معامل التمدد الخطي للقضيب في حدود درجات الحرارة المعطاة .

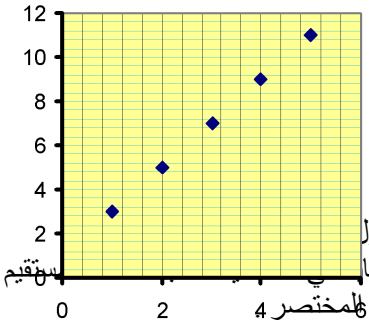
1 إليك أربع تمثيلات لسحابات نقط مختلفة:



1) من أجل كل سحابة نقط ، هل التعديل الخطي هو الأفضل و المناسب ؟
2) إعط معامل توجيه لمستقيم التعديل للسحابة (2) .
3) ما هي السحابة التي يمكن تعديلها بدالة المقلوب ؟
4) ما هي السحابة التي يمكن تعديلها بقطع مكافئ ؟
أكتب معادلة هذا القطع المكافئ .

تمارين

1 إليك سحابة النقط لسلسلة إحصائية ذات متغيرين



1) أنشئ جدول
2) نقط السحا
مستقيم
بالشكل المختصر
3) أحسب المجموع $S = \sum \left(y_i - (ax_{i+b})\right)^2$
- ماذا تستنتج ؟

2 قصد ضبط أسعار تذاكرها قامت وكالة سفر بدراسة عدد زبائنها خلال 6 سنوات فكانت النتائج .

x_i	1997	98	99	2000	01	02
y_i	227	220	215	228	237	242

(الوحدة : مائة مسافر)

1) مثل سحابة النقط $(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(1997;210)$ و بوحدة 2cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 250 على محور التراتيب
2) أكتب معادلة مستقيم الإنحدار y بدلالة x ، المعاملان a و b مدوران إلى 10^{-1} .
- أعط تفسيرا واقعيا للعدد b .
3) أ) نضع $T = X - 1997$
نعتبر سحابة النقط $(t_i ; y_i)$.
- سحابة النقط $(x_i ; y_i)$ هل هي نفسها سحابة النقط $(t_i ; y_i)$ ؟ علل .
ب) إعط معادلة مستقيم التزايد y بدلالة t بمعاملين a' و b' مدوران الى 10^{-1} ، قارن بين a و a'

تمارين

ج) بين الخطوات الحسابية التي تمكننا من حساب b' من العدد b .

2 الجدول التالي يبين تطور عدد الأطباء x_i و الصيادلة y_i في الجزائر

a_i	1963	1976	1985	1994	2002
n_i	0	13	22	31	39
x_i	1278	3875	13221	25796	35368
y_i	240	805	1403	3425	5198

1) باستعمال الحاسبة البيانية مثّل سحابة النقط $(x_i ; y_i)$

2) أ) أوجد معادلة مستقيم الإنحدار $y = ax + b$. تعطى a مدورة إلى 10^{-3} و b مدورة إلى الوحدة .

ب) أعط تفسيرا واقعيا للعدد a .

ج) هل يمكننا القول أن عدد الصيادلة يزداد لأن عدد الأطباء يزداد ؟

3) نضع $T = \frac{X}{1000}$ و $Z = \frac{Y}{1000}$

أ) مثّل مرة أخرى سحابة النقط $(t_i ; z_i)$

- هل هي نفسها سحابة النقط السابقة ؟ علل

ب) أوجد معادلة مستقيم الإنحدار $Z = a'T + b'$.

يعطى المعاملان a' و b' مدوران إلى 10^{-3} .

- قارن بين a و a'

ج) حدد الخطوات الحسابية لإيجاد b' انطلاقا من b

4) بالحاسبة مثّل السحابتين $(n_i ; x_i)$ و $(n_i ; y_i)$

- من أجل كل سحابة نقط ، هل التعديل الخطي مبرر ؟

- كيف تشرح جوابك الآن عن السؤال (2 ج)

2 الجدول التالي يبين تغير عدد المدارس في بلد ما بالآلاف بين سنوات 1770 و 2003

السنوات x_i	1970	1980	1995	2003
عدد المدارس y_i	74,5	67,6	61,8	57,1

1) أ) مثّل سحابة النقط الموافقة للسلسلة الإحصائية $(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(1970;50)$ و بوحدة 2cm لكل 5 سنوات على محور الفواصل و لكل 5 آلاف على محور التراتيب .

ب) هل يمكن إنجاز تعديلا خطيا ؟ لماذا ؟

2) أكتب معادلة مستقيم التعديل y بدلالة x بطريقة المربعات الدنيا باستعمال الحاسبة و أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق بتدوير a إلى 10^{-3} و b إلى 0,1 .

- هل يمكن تعيين b على الرسم ؟

3) بفرض أن التغير على عدد المدارس يبقى بنفس الوتيرة في السنوات القادمة ، قدّر عدد المدارس سنة 2005 ثم سنة 2020 (مدور الى 0,1).

2 الجدول التالي يبين كمية الأمطار المتساقطة على الغرب الجزائري بين سنوات 1990 و 2001

x_i	1990	1991	1992	1993	1994	1995
y_i	50	120	130	100	95	145
x_i	1996	1997	1998	1999	2000	2001
y_i	150	40	140	130	50	40

1) مثّل سحابة النقط الموافقة للسلسلة الإحصائية $(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(1990;40)$ و بوحدة 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 10 ميليلتر على محور التراتيب .

2) أ) أوجد معادلة مستقيم الإنحدار $y = ax + b$ بطريقة المربعات الدنيا . يعطى a و b مدوران إلى 10^{-3} .

ب) أرسم هذا المستقيم في المعلم ، هل هو تعديل جيد ؟

ج) بفرض أن تساقط الأمطار يبقى بهذه الكيفية المتذبذبة،

- اعط تقديرا لكمية الأمطار سنة 2005 .

3) أوجد مستقيم الإنحدار y بدلالة x فقط من أجل سنوات 1998 الى 2001 .

- ما تقديرك لكمية الأمطار سنة 2005 مع هذا التعديل ؟

2 الجدول التالي يوضح انخفاض درجة الحرارة θ_i كلما غصنا في عمق الأرض (وحدة الحرارة θ_i :الدرجة المئوية $^\circ C$ ، وحدة العمق x_i : متر m)

مكان الحفر : عند درجة العرض 7,5 مائوية

تاريخ الحفر : جويلية

x_i	0	100	200	400	800	1000

θ_i	26,8	18,5	10,7	7,7	5,1	4,8

نضع $t_i = \frac{x_i}{100}$

1) مثل سحابة النقط $(t_i ; \theta_i)$

2) أكتب معادلة مستقيم الإنحدار بمعاملين a و b مدورين الى 0,01

3) استنتج التقلص الحراري الخطي في حدود درجات الحرارة المعطاة .

4) ما تقديرك لدرجة الحرارة في عمق مقدارة 1 Km ؟

2 باستعمال الحاسبة البيانية

أدخل في القائمة (1) القيم x_i و في القائمة (2) القيم y_i

x_i	1	3	5	7	9	11	13
y_i	2,3	2,8	3,5	3,7	4	4,1	4,7

1) أظهر على الشاشة سحابة النقط $(x_i ; y_i)$

2) نريد انجاز تعديل بمستقيم يشمل النقطتين ، الأولى و الأخيرة و نقبل أن معادلته $y = 0,2x + 2,1$

3) اعط تفسيرا بيانيا للمجموع

$$S = \sum (y_i - (0,2x + 2,1))^2$$

- أحسب S بطريقتين مختلفتين

* **على القائمتين** :

STAT 1:Edit... ENTER

L2-(0,2×L1+2,1) L3

STAT CALC 1:1-Var Stats $\sum x^2$

ثم نقرأ

* **على شاشة الحساب** :

$Sum(L2-(0,2\times L1+2,1))^2$ ENTER

ثم نقرأ النتيجة .

(هذه الخطوات خاصة بالآلة الحاسبة Ti83+)

4) أوجد معادلة مستقيم الإنحدار y = ax + b بطريقة المربعات الدنيا . يعطى a مدورا إلى 10^{-3} و b مدورا إلى 0,1

- أحسب $S' = \sum (y_i - (0,184x_i + 2,3))^2$

ثم قارن بين S و S'

- أي التعديل أفضل لسحابة النقط ؟

تمارين للتعمق

2 الجدول التالي هو عبارة عن دراسة إحصائية لنسب الإنفاق على البحث العلمي في إحدى الدول

x_i	1992	1993	1994	1995	1996	1997
y_i	2,38	2,4	2,34	2,31	2,3	2,22
x_i	1998	1999	2000	2001	2002	
y_i	2,17	2,18	2,18	2,23	2,2	

1) مثل سحابة النقط $(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(1990; 2\%)$ و بوحدة 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 0,05% على محور التراتيب .

2) أ) أعط معادلة لمسقيم التعديل y = ax + b. بطريقةالمربعات الدنيا . يعطى a و b مدورين الى 10^{-3}

ب) أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق . هل هذا ج) بفرض أن تغير النسب يبقى على هذه الوتيرة في السنوات القادمة ، قدّر النسبة المئوية لانفاق الدولة على البحث العلمي في سنة 2005 .

3) أ) أعط معادلة لمسقيم التعديل لـ y بدلالة x فقط من أجل السنوات من 1998 الى 2002

ب) ماذا ترى في نسبة الإنفاق سنة 2005 مع هذا التعديل الأخير .التعديل جيد (مناسب).

تمارين

2 باستعمال معطيات التمرين (15)

أ) من أجل المستقيم (G_1G_2) ذي المعادلة y = m x + p أحسب المجموع $S = \sum (y_i - (mx_i + p))^2$

ب) من أجل المستقيم (M_1M_2) ذي المعادلة y = m' x + p'

أحسب المجموع $S' = \sum (y_i - (m'x_i + p'))^2$

ج) من أجل مستقيم الإنحدار لـ y بدلالة ذي المعادلة y = a x + b

أحسب المجموع $S'' = \sum (y_i - (ax_i + b))^2$

د) قارن بين S ، S' و S"

- ما هو التعديل الأدق (الأفضل)

2 في دراسة إحصائية تبين عدد السياح سنويا في إحدى الجزرالنائية و عدد السياح ذوي الجنسية A خصوصا نتج الجدول التالي

a_i	1996	97	98	99	00	01

y_i	6200	6820	7390	8090	9280	9960
z_i (A)	154	165	200	224	266	/

نضع x_i رتبة السنة a_i حيث $x_i = a_i - 1996$

1) أ) حدد النقطة المتوسطة M للسلسلة $(x_i ; y_i)$ ثم النقطة المتوسطة G للسلسلة $(x_i ; z_i)$.

ب) في معلمين متعامدين أنشئ النقط $(x_i ; y_i)$ و $(x_i ; z_i)$ و كذا النقطتين M و G .

2) أ) باستعمال الحاسبة أوجد معامل توجيه مستقيم الإنحدار (D) لـ y بدلالة x باستعمال طريقة المربعات الدنيا (تعطى القيمة مدورة الى الوحدة)

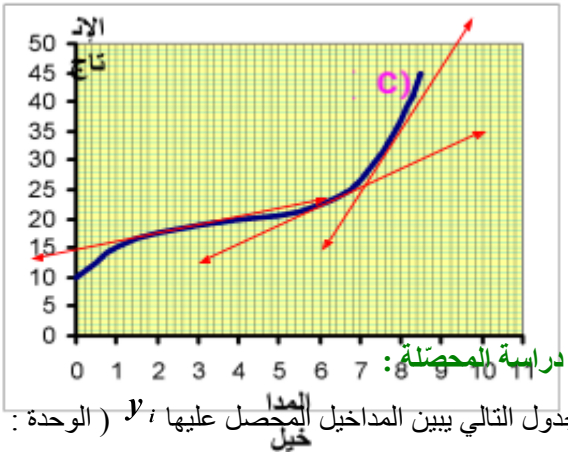
ب) باستنتاج معادلة (D) ، أنشئه

3) بالمثل ، أوجد معادلة لمستقيم الإنحدار (d) لـ z بدلالة x بالمربعات الدنيا ثم أنشئه .

4) بتوظيف هذين التعديلين أعط تقديرا لعدد السياح الذين يتوقع زيارتهم للجزية و كذا تقديرا للسياح من الجنسية (A)

مسائل

2 المنحنى البياني التالي يبين كمية إنتاج مادة ما x_i (الوحدة : الطن) لمؤسسة إنتاجية و المداخيل المحصل عليها y_i (الوحدة : ألف دينار) مع العلم أن كل الإنتاج يباع بمجرد خروجه من المؤسسة



I) **دراسة المحصّلة :**

الجدول التالي يبين المداخيل المحصل عليها y_i (الوحدة : ألف دينار) بعد بيع الإنتاج x_i (الوحدة : الطن)

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	7	9,5	14	21	23,5	30	37	43	44	50

1) مثّل سحابة النقط الموافقة للسلسلة الإحصائية $(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد كالسابق

2) - أحسب إحداثيتي النقطة المتوسطة G_1 للسحابة المشكلة بالنقط الخمسة الأخيرة .

- أكتب معادلة مختصرة للمستقيم (G_1G_2)

3) اكتب معادلة للمستقيم (OM_{10}) حيث O مبدأ المعلم و M_{10} النقطة العاشرة في السحابة .

4) بالحاسبة ، أوجد معادلة لمستقيم الإنحدار y بدلالة x بالمربعات الدنيا . يعطى المعملان مدوران إلى 10^{-3} .

- اشرح لماذا تسمى هذه الطريقة بالمربعات الدنيا ؟

II) **دراسة الكلفة الإجمالية :**

المنحنى (C) يمثل االكلفة الكلية f المعرف على $[0;10]$

- أنقل المنحنى في معلم سحابة النقط .

- حدد الملاحظات الصحيحة و صحّح الخاطئة مما يأتي

1) التكاليف الثابتة هي 10 دنانير .

2) $f'(4)$ تقريبا معدومة

3) $f'(7) = \frac{4}{3}$

4) من أجل إنتاج 7 أطنان ، التكلفة المتوسطة للكيلوغرام هي 3 دنانير

III) **دراسة الفائدة :**

نفرض أن المحصّلة معطاة بالمستقيم (OM_{10})

1) - أرسم المستقيم في معلم السحابة و المنحنى

- حدد بيانيا النقط الصماء (حيث الفائدة معدومة)

2) من أجل أي كمية يكون الإنتاج مربحا ؟

3) أرسم بدقة مماس المنحنى (C) المار من المبدأ ، حدد معامل توجيهه و اعط قراءة في إنتاج المؤسسة .

3 على مستوى سوق الجملة للخضار و الفواكه يعرض التجار سلعة كثر الطلب عنها من قبل المستهلكين بعدما جلبوها و جمعوها من الفلاحين المنتجين .

الكميات المعروضة بالأطنان ، السعر المحدد من قبل المنتجين هو سعر العرض (الوحدة : دينار جزائري للكغ).

السعر الذي سيدفعه المستهلك حسب الكمية هو سعر الطلب.

و من أجل 50 طن ، سعر العرض هو 8 دنانير للكيلوغرام و سعر الطلب هو 5 دنانير للكيلوغرام

الكمية x_i	10	25	35	50	65	70
سعر العرض y_i	4,9	6,05	6,05	6,75	9,35	9,8
سعر الطلب z_i	11	7	6	5	4,4	4,2

نستعمل معلما متعامد و بوحدة 1cm لكل 5 طن على محور الفواصل و 1cm لكل 1 دينار على محور التراتيب.

1) أ) مثّل سحابة النقط الموافقة للسلسلة الإحصائية $M_i(x_i;y_i)$ و أحسب إحداثيي النقطة المتوسطة G للسحابة ثم حددها على المعلم .

ب) بالحاسبة ، أوجد معادلة لمستقيم الإنحدار y بدلالة x بالمربعات الدنيا . يعطى المعملان مدوران إلى 10^{-2} .

نرمز بـ **f لدالة العرض للمنتوج** التي منحناها مستقيم (Δ) يطلب رسمه .

ج) ما ثمن العرض من أجل كمية تقدر بـ 60 طن ؟

2) أ) في نفس المعلم مثّل سحابة النقط $N_i(x_i;z_i)$

ب) نقترح تعديلا لسحابة النقط باستعمال دالة معرفة على المجال $[0;100]$ معرفة كمايلي

$$g(x)=a+\frac{b}{x+10}$$

حيث a و b عددان حقيقيان

- علما أن منحنى الدالة g يمر بالنقطتين $N_1(10;11)$ و $N_4(50;5)$ أوجد العددين a و b .

- أرسم منحنى الدالة **g** (g **هي دالة الطلب**)

3) **نقطة التوازن :**

يتحقق التوازن في سوق ما إذا كان العرض يساوي الطلب.

أ) حل المعادلة $0,08x+4=2+\frac{180}{x+10}$

ب) استنتج كمية التوازن مدورة الى 0,1 طن ثم سعر التوازن

- إشرح و مثّل النتيجة على البيان.

اختيار من متعدد

أعط كل الأجوبة الصحيحة

x_i	1	2	3	5	6
y_i	4	7	10	14	16

a) المستقيم (D_1) الذي معادلته $y = 2x + 4$ يشمل ثلاث نقط من السلسلة ز بالتالي (D_1) تعديل مناسب

b) المستقيم (D_2) الذي معادلته $y = 3x + 1$ يشمل ثلاث نقط من السلسلة و بالتالي (D_2) هو أحسن تعديل

c) مستقيم الانحدار (Δ) لـ y بدلالة x معادلته $Y = 2{,}36\,x + 2{,}17$ المعاملان مقربان الى $\frac{1}{100}$

بالرجوع إلى جدول التمرين السابق (33)

1) لتحديد أفضل تعديل لسحابة نقط وفق طريقة المربعات الدنيا لكل من المستقيمين (D_1) و (D_2) نحسب

$$S = \sum \left(y_i - (ax_i + b)\right)^2$$

2) من اجل المستقيم (D_1) الحدود الثلاثة الأخيرة في المجموع S معدومة .

3) من أجل المستقيم (Δ) كل الحدود في المجموع S هي معدومة .

4) المجموع S يأخذ نفس القيمة من أجل (D_1) و (D_2) .

5) المجموع S يأخذ القيمة الدنيا له من آجل المستقيم (Δ)

6) $S = 5$ من أجل المستقيم (D_1) .

a) سحابة النقط $M_i(x_i ; w_i)$ هو (4)

b) سحابة النقط $N_i(x_i ; z_i)$ هو (2)

c) النقطة المتوسطة في السحابة (1) هي نقطة من السحابة

d) نقط السحابة (2) على استقامة واحدة

e) النقطة المتوسطة (2) على استقامة واحدة مع بقية نقط السحابة .

f) نقط السحابة (3) تنتمي إلى قطع مكافئ.

g) النقطة المتوسمة في للسلسلة $(x_i ; y_i)$ هي $\sigma_1(4{,}5;4)$

صحيح أم خاطئ

نعتبر السلاسل الخمسة مع سحابات النقط الأربعة

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	1	1	8	5	3	8	9	8
z_i	0	3	8	15	24	35	48	63
t_i	0	10	20	30	40	50	60	70
w_i	6,71	9,29	10,71	0,23	1,68	11,96	8,64	0,23



