

المتتاليات (الحسابية والهندسية)

المتتالية الحسابية

$$u_{n+1} = u_n + r$$

r هو الأساس ($r \in \mathbb{R}$)

الحد العام:

$$u_n = u_p + (n - p)r$$

n و p عدنان طبيعيين

$$u_n = u_0 + nr$$

$$u_n = u_1 + (n - 1)r$$

الوسط الحسابي:

$$a + c = 2b$$

a ، b و c حدود متتابعة

المجاميع:

$$S_n = u_p + u_{p+1} + \dots + u_n$$

$$S_n = \frac{n - p + 1}{2} (u_p + u_n)$$

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{n + 1}{2} (u_0 + u_n)$$

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n}{2} (u_1 + u_n)$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

اتجاه التغير

إذا كان $r > 0$ فإن المتتالية متزايدة تماما.
إذا كان $r < 0$ فإن المتتالية متناقصة تماما.
إذا كان $r = 0$ فإن المتتالية ثابتة.

المتتالية الهندسية

$$v_{n+1} = q \cdot v_n$$

q هو الأساس ($q \in \mathbb{R}^*$)

الحد العام:

$$v_n = v_p \cdot q^{n-p}$$

$$v_n = v_1 \cdot q^{n-1} \quad v_n = v_0 \cdot q^n$$

الوسط الهندسي:

$$a \times c = b^2$$

a ، b و c حدود متتابعة.

المجاميع:

$$S_n = v_p + v_{p+1} + \dots + v_n$$

$$S_n = v_p \left(\frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \right) \quad q \neq 1$$

$$v_0 + v_1 + \dots + v_n = v_0 \left(\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \right)$$

$$v_1 + v_2 + \dots + v_n = v_1 \left(\frac{1 - q^n}{1 - q} \right)$$

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

اتجاه التغير

إذا كان $q > 1$ فإن المتتالية متزايدة تماما.
إذا كان $0 < q < 1$ فإن المتتالية متناقصة تماما.
إذا كان $q = 0$ فإن المتتالية ثابتة.
إذا كان $q < 0$ فإن المتتالية غير رتيبة.

تغييرات متتالية محدودة

♦ لدراسة تغييرات متتالية، ندرس إشارة الفرق $u_{n+1} - u_n$

$u_{n+1} - u_n > 0$: المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

$u_{n+1} - u_n < 0$: المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

$u_{n+1} - u_n = 0$: المتتالية (u_n) ثابتة.

♦ إذا كانت $u_n > 0$: نقارن النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ مع 1.

♦ إذا كانت $u_n = f(n)$: ندرس تغييرات f على $[0; +\infty[$.