

# АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ

1. Загальні положення про аксонометричні проекції
2. Види аксонометричних проекцій.
3. Побудова аксонометричних проекцій найпростіших геометричних тіл.

## ЛІТЕРАТУРА:

1. А.М. Хаскин “Черчение”
2. Є.А. Антонович, Я.В. Васишин “Креслення”
3. С.К. Боголюбов “Черчение”

## Загальні положення про аксонометричні проекції

Ви вже знаєте, як утворюються на кресленні вигляди предмета. Для цього предмет умовно розміщують усередині прямого тригранного кута, сторони якого являють собою площини проекцій — фронтальну, горизонтальну і профільну. Послідовним проєкціюванням предмета на ці площини одержують зображення видимих його сторін — вигляди. Кожний вигляд зокрема дає уявлення про форму предмета тільки з одного боку. Щоб створити уявлення про форму предмета в цілому, потрібно проаналізувати і порівняти між собою окремі вигляди. Створення цілісного уявлення про предмет за його виглядами на кресленні — завдання досить складне.

Предмет можна спроекціювати на площину проекцій і таким чином, щоб на утвореному зображенні було видно декілька його сторін (рис. 1). Утворене таким чином зображення називають *наочним*. За ним уявити форму предмета легше, ніж за окремими виглядами.

Щоб одержати наочне зображення, предмет певним чином розміщують відносно координатних осей  $x$ ,  $y$  і  $z$  разом з ними проєкціюють його на довільну площину (рис. 2). Цю площину називають *площиною аксонометричних проекцій*, а проекції координатних осей називають *аксонометричними осями*. Зображення предмета на площині аксонометричних проекцій називають *аксонометричною проєкцією*.

На основі аксонометричних проєкцій виконують технічні рисунки, які застосовують для пояснення будови різних предметів.

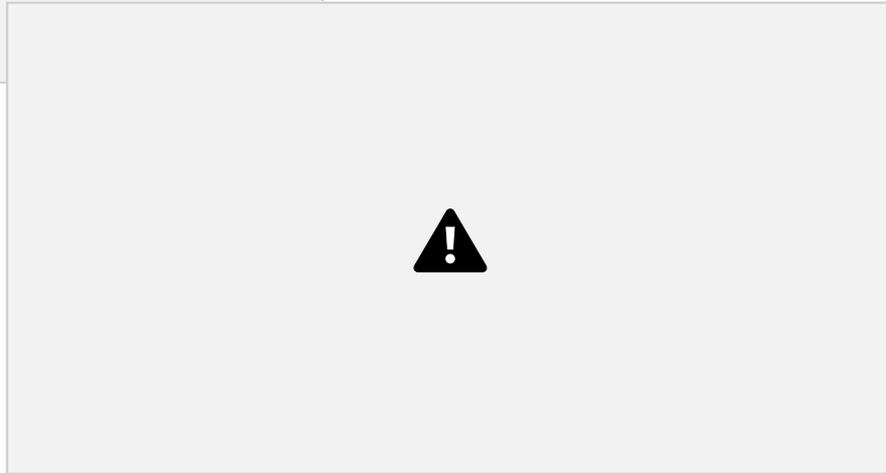


Рис. 1

Рис. 2

### Види аксонометричних проєкцій

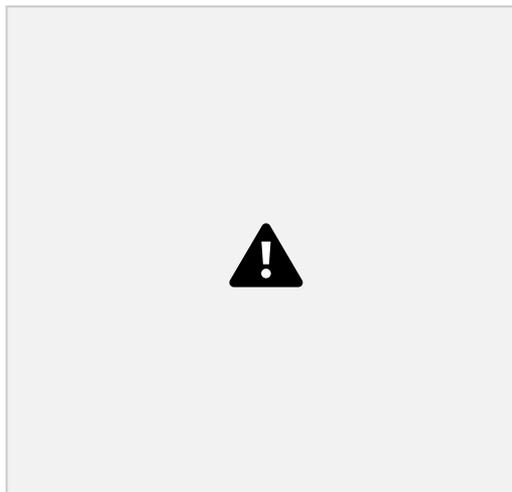
Якщо проєкційні лінії, паралельні напрямку проєкціювання, утворюють з аксонометричною площиною проєкцій прямий кут, отримаємо *прямокутну* аксонометричну проєкцію фігури, непрямої — *косокутну*.

Якщо коефіцієнти спотворення однакові по всіх осях, аксонометрія називається *ізометрією*; однакові лише по двох осях — *диметрією*; різні по всіх осях — *триметрією*.

До стандартних прямокутних аксонометричних проєкцій належать: ізометрична та диметрична.

До косокутних — фронтальна ізометрична, горизонтальна ізометрична та фронтальна диметрична.

Рис. 3





### **Прямокутна ізометрична проекція**

На рис. 3 показано положення аксонометричних осей; вони розташовані одна відносно іншої під однаковим кутом, що дорівнює  $120^\circ$ .

Коефіцієнт спотворення по осях  $X_p$ ,  $Y_p$ ,  $Z_p$  однаковий і дорівнює 0,82.

Для спрощення побудови рекомендується виконувати ізометричну проекцію, взявши коефіцієнт спотворення по осях  $X_p$ ,  $Y_p$ ,  $Z_p$  таким, що дорівнює одиниці, тобто без спотворення. Таку ізометрію інколи називають практичною (зведеною).

На рис. 4 побудовано зображення відрізка  $AB$  у практичній (без спотворення по осях) ізометрії за його заданими прямокутними проекціями,  $A_1 B_1$  та  $A_2 B_2$ . Побудова зводиться до побудови ізометричних проекцій двох точок  $A$  і  $B$ . Для цього відкладаємо на аксонометричній осі  $X_p$  відрізки  $O_p A_{X_p} = OA_x$  і  $O_p B_{X_p} = OB_x$ , а на прямих, паралельних осям  $Y_p$  і  $Z_p$  — відповідно відрізки  $A_{X_p} A_{1p} = A_x A_{1x}$ ,  $B_{X_p} B_{1p} = B_x B_{1x}$ , і  $A_{1p} A_{2p} = A_x A_{2x}$ ,  $B_{1p} B_{2p} = B_x B_{2x}$ . Сполучивши точки  $A_p$  і  $B_p$  отримують наочне зображення відрізка  $AB$  у практичній ізометрії.

Оскільки плоска фігура має два виміри, то в побудові її аксонометричної проекції використовують дві осі, залежно від **того**, якій площині проекцій паралельна фігура. Якщо вона паралельна площині проекцій  $\Pi_1$ , використовують осі  $X$  і  $Y$ , якщо площині  $\Pi_2$ , — осі  $X$  і  $Z$ , якщо площині  $\Pi_3$  — осі  $Y$  і  $Z$ .

Будуючи аксонометричну проекцію квадрата або прямокутника, доцільно осі координат сумістити зі сторонами цих фігур.

На рис. 5 показано побудову із ізометрії квадрата, що лежить у горизонтальній (рис. 5,а), фронтальній (рис. 5,б) та профільній (рис. 5,в) площинах проекцій.

На рис. 6 побудовано ізометрію трикутника  $ABC$ , що лежить у горизонтальній площині проекцій, причому вісь  $X$  суміщена зі стороною  $AC$ .

Якщо плоска фігура має дві взаємно перпендикулярні осі симетрії, то їх доцільно взяти за осі координат.

На рисунку 7 побудовано в ізометрії правильний шестикутник, розташований у горизонтальній площині проекцій. Спочатку побудовано осі  $O_p X_p$  і  $O_p Y_p$ . Відкладають по осі  $O_p X_p$  ліворуч і праворуч від точки  $O_p$  відрізки  $O_p A_p = OA$  і  $O_p D_p = OD$ . По осі  $O_p Y_p$  ліворуч і праворуч відкладають відрізки  $O_p I_p = OI$  і  $O_p 2_p = O2$ . Через знайдені точки  $I_p$  і  $2_p$  проводять прямі, паралельні осі  $O_p X_p$ , і на них в обидва боки від точок  $I_p$  і  $2_p$  відкладають половину довжини сторони шестикутника. Сполучивши прямими побудовані вершини шестикутника, отримують його ізометричну проекцію  $A_p B_p C_p D_p E_p$ .

Слід звернути увагу на те, що в ізометрії, як і на комплексному кресленні, протилежні сторони шестикутника мають бути паралельні між собою.

Із рис. 7,б бачимо, що сторони шестикутника, які не паралельні координатним осям, мають різну величину спотворення.

Отже, якщо який-небудь відрізок прямої не паралельний координатній осі, то будувати його в ізометрії (як і в іншій аксонометричній проекції) треба за координатами кінцевих точок відрізка, бо величина спотворення довільного напрямку нам не відома.

Побудову практичної ізометричної проекції правильної шестикутної піраміди за заданими прямокутними проекціями показано на рис. 8.

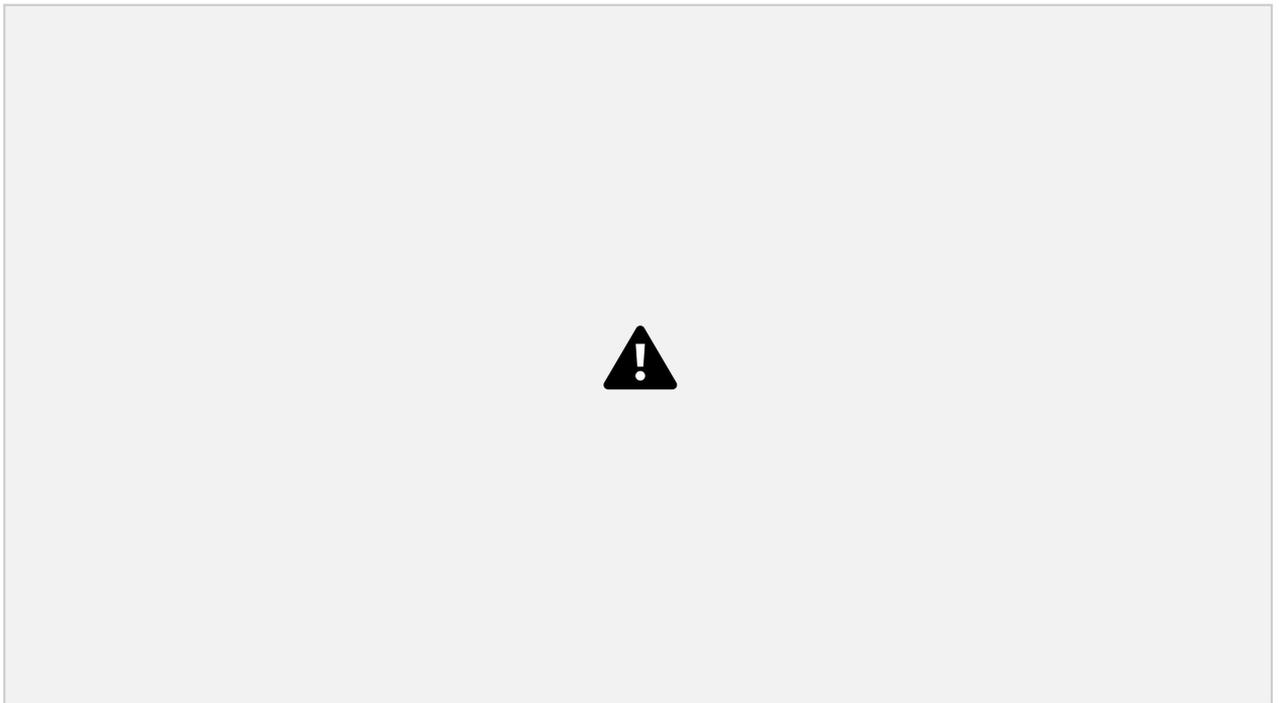


Рис. 8  
Рис. 10

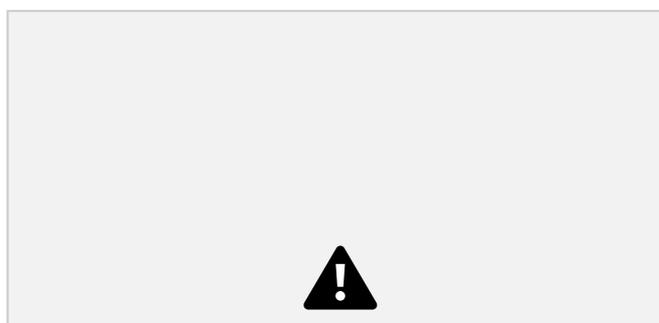


Рис. 9



Рис. 10

Проводять

прямі,  $X$ ,  $Y$ ,

$Z$ , які вважають осями натуральної системи координат; за початок осей координат беруть точку  $O$  (рис. 8,а). Проводять аксонометричні осі  $X_p, Y_p, Z_p$  (рис. 8,б). Вимірявши на прямокутному кресленні натуральні координати вершин основи піраміди (точки 1-6) та її вершини (точка  $S$ ), будують їх аксонометричні проєкції (точки  $1_p, 2_p, 3_p, 4_p, 5_p, 6_p, S_p$ ). Щоб отримати ізометричну проєкцію піраміди, сполучають побудовані точки відрізками прямих ліній у тій самій послідовності, в якій вони сполучені на прямокутних проєкціях.

Кола, розміщені в площинах рівня, зображуються на аксонометричну площину проєкцій у вигляді однакових еліпсів, великі осі яких розташовані: еліпса 1 - під кутом  $90^\circ$  до осі  $Y_p$ ; еліпса 2 — під кутом  $90^\circ$  до осі  $Z_p$ , тобто горизонтально, еліпса 3 — під кутом  $90^\circ$  до осі  $X_p$  (рис. 9). Еліпс 1 розміщений у фронтальній, еліпс 2 - у горизонтальній і еліпс 3 - у профільній площині рівня. Для всіх трьох еліпсів під час побудови ізометричної проєкції без спотворення по осях  $X_p, Y_p, Z_p$ , великі осі дорівнюють 1,22, а малі — 0,7 діаметра кола.

Побудову ізометричної проєкції прямого кругового циліндра, заданого своїми прямокутними проєкціями, показано на рис. 10.

Вісь обертання циліндра прийнято за аксонометричну вісь  $Z_p$  і відкладено на ній від точки  $O_p$  справжню висоту циліндра  $l$ . Кола основ циліндра мають форму еліпсів, центри яких збігаються з точками  $O_p$  і  $O'_p$ . Великі осі еліпсів, що дорівнюють

1,22d, розміщені на перпендикулярах до осі  $O_p Z_p$ , малі осі, що дорівнюють  $0,7d$ , збігаються з віссю  $O_p Z_p$ . Провівши контурні твірні поверхні циліндра, дотичні до його основ, закінчують побудову ізометричної проекції циліндра.

### Прямокутна диметрична проекція

На рис. 11 показано положення аксонометричних осей.

Рис. 11

Рис. 14

Рис. 13

Рис. 12

Для побудови осей диметрії можна використати такий спосіб (рис. 12). На горизонтальній прямій, що проходить через точку  $O_p$  відкладають в обидва боки від  $O_p$  вісім однакових відрізків. З кінцевих точок цих відрізків по вертикалі відкладають ліворуч одну поділку, а праворуч — сім таких поділок. Сполучивши знайдені точки з точкою  $O_p$ , отримують аксонометричні осі  $O_p X_p$  і  $O_p Y_p$ . Коефіцієнт спотворення по осях  $X_p$  і  $Z_p$  дорівнює  $0,94$ , а по осі  $Y_p$  —  $0,47$ . Для спрощення побудови рекомендується диметричну проекцію виконувати без спотворення по осях  $X_p$  і  $Z_p$ , застосовуючи коефіцієнт спотворення, що дорівнює одиниці, а по осі  $Y_p$  — коефіцієнт спотворення  $0,5$ .

На рис. 13 в диметрії побудовано квадрат зі стороною  $a$ , що лежить у горизонтальній (рис. 13,а), фронтальній (рис. 13,б) та профільній (рис. 13,в) площинах проекцій.

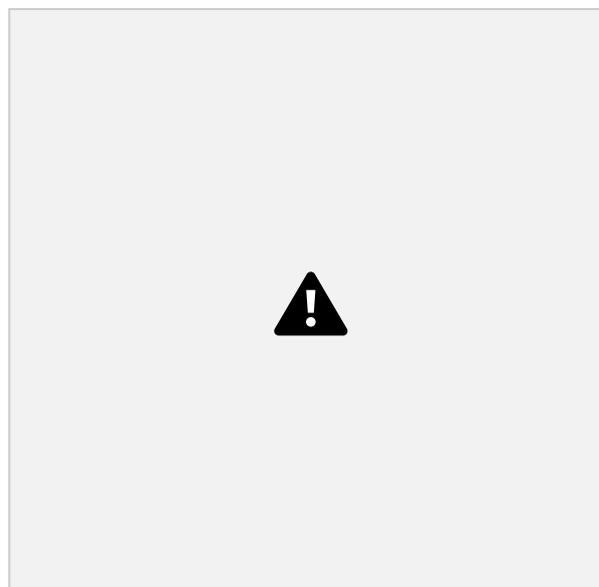
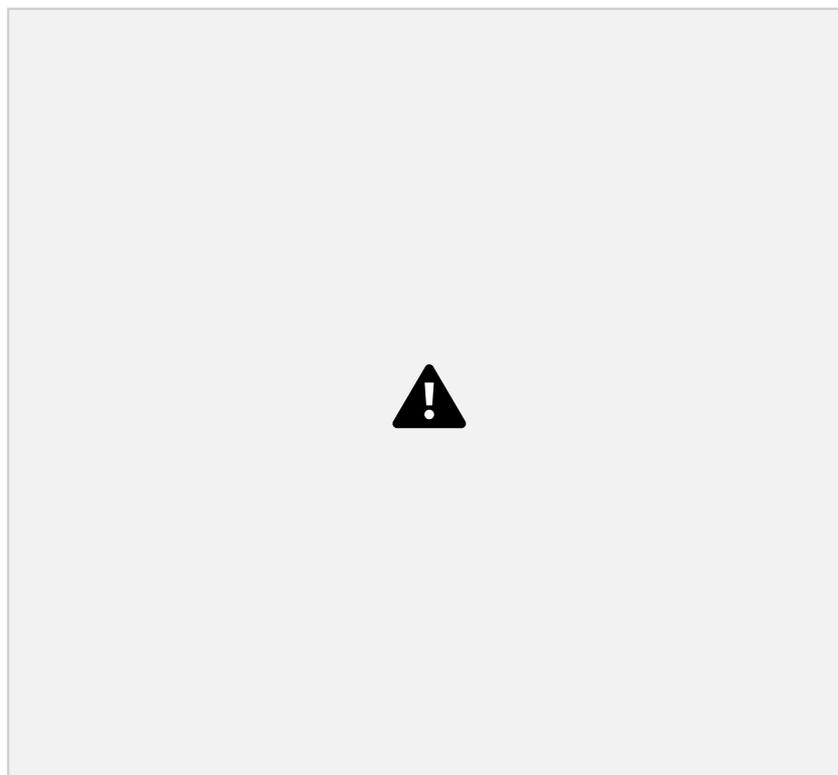
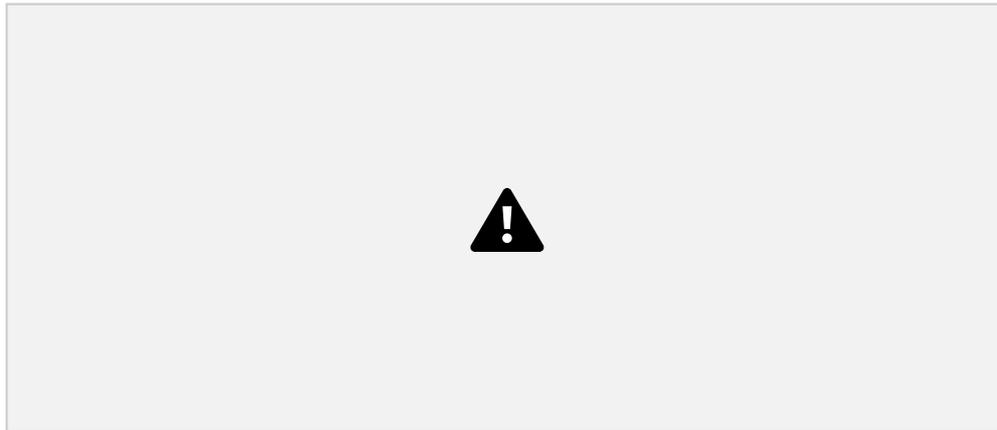


Рис. 17

Рис. 16

Рис. 15



Послідовність побудови така ж, як і в ізометрії, лише по осі  $O_p Y_p$  відкладають половину справжнього розміру сторони квадрата, тобто  $a/2$ .

Практична диметрія прямокутного паралелепіпеда побудована на рис. 14. Осі  $OX$ ,  $OY$  і  $OZ$ , приймають за осі координат. Спочатку будують диметричну проекцію нижньої основи — паралелограм  $A_{1p} B_{1p} C_{1p} D_{1p}$ . Сторони  $A_{1p} B_{1p}$  і  $C_{1p} D_{1p}$ , паралельні осі  $O_p X_p$ , відкладають без спотворення, а сторони, паралельні осі  $O_p Y_p$ , зменшують наполовину. На бічних ребрах, паралельних осі  $O_p Z_p$ , відкладають без скорочення висоту фігури. Побудувавши верхню основу, отримують шукану диметричну проекцію паралелепіпеда.

Кола, розмішені у площинах рівня, проєкціюються на аксонометричну площину проєкцій у вигляді еліпсів, великі осі яких орієнтовані відносно осей  $X_p$ ,  $Y_p$  і  $Z_p$ . так само, як і в ізометрії (рис. 15). Якщо диметричну проєкцію виконують без спотворення по осях  $X_p$  і  $Z_p$ , то велика вісь еліпсів 1, 2 і 3 дорівнює 1,06, мала вісь еліпса 1 — 0,95, еліпсів 2 і 3 -- 0,35 діаметра кола.

### Косокутні аксонометричні проєкції

Як назначалось вище, косокутні аксонометричні проєкції отримують тоді, коли напрямок проєкціювання утворює з площиною аксонометричних проєкцій гострий кут.

Серед косокутних аксонометричних проєкцій найбільш широко застосовують фронтальну диметричну проєкцію.

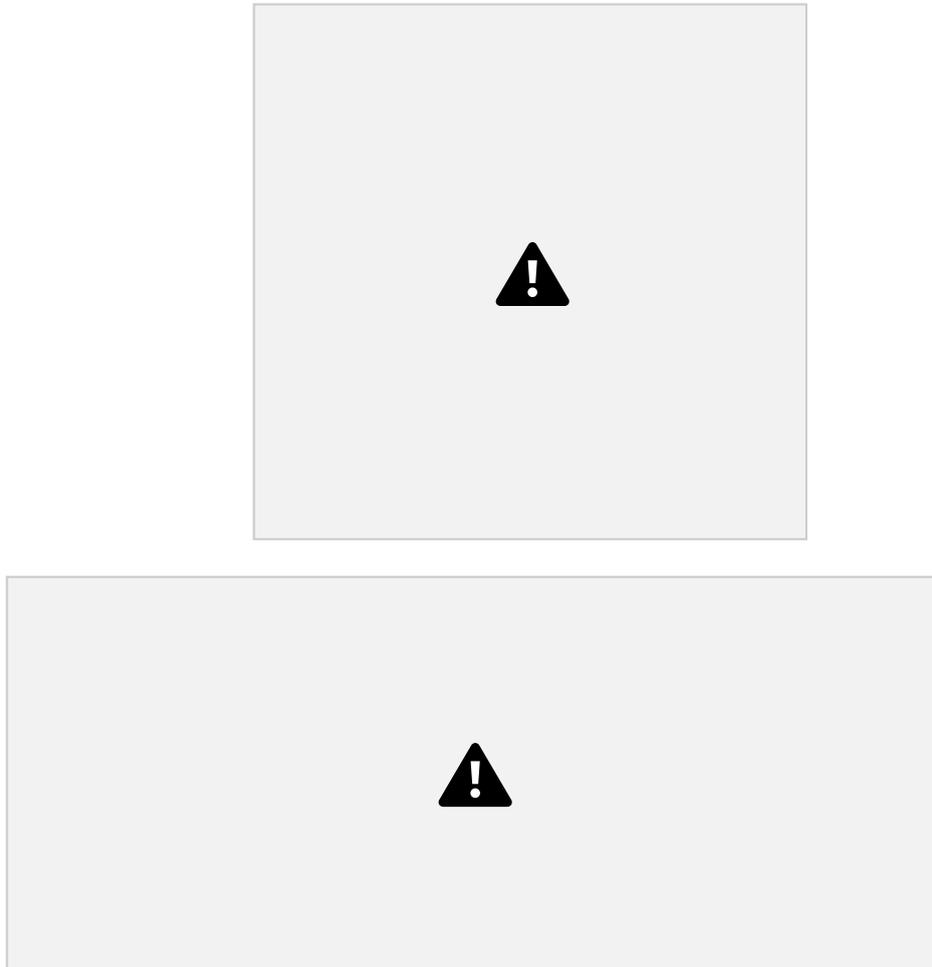
Коефіцієнти спотворення по осях  $X_p$ ,  $Y_p$  і  $Z_p$  такі ж, як і для прямокутної практичної, тобто 1:0,5:1, а осі розташовані, як показано на рис. 16,а, тобто кут між віссю  $Y_p$  і горизонтальною лінією дорівнює  $45^\circ$ , але допускається застосовувати цю проєкцію з кутами нахилу  $30^\circ$  (рис. 16,б) або  $60^\circ$  (рис.16.в).

Кола, розмішені у площинах рівня, проєкціюються на аксонометричну площину проєкцій, як показано на рис. 17. Зауважимо, що кола, які лежать у площинах, паралельних фронтальній площині проєкцій, проєкніуються на

аксонометричну площину без спотворення, тобто у кола.



Рис. 18



На рис. 18 показано зображення фігури, що складається з куба і трьох циліндрів.

Окрім косокутної фронтальної диметрії існує ще косокутна фронтальна ізометрична проекція, положення осей якої показано на рис. 19. Коефіцієнти спотворення по всіх осях дорівнюють одиниці.

Кола, розміщені в площинах рівня, проєкціюються на аксонометричну площину проєкцій, як показано на рис. 20.

Положення аксонометричних осей у косокутній горизонтальній ізометричній проєкції показано на рис. 21. Зазвичай вісь  $Y_p$  проводять під кутом  $30^\circ$  але допускається проводити її під кутом  $45^\circ$  або  $60^\circ$ . Кут між осями  $X_p$  і  $Y_p$  в усіх випадках має бути таким, що дорівнює  $90^\circ$ . Цю проєкцію виконують без спотворення по всіх трьох осях  $X_p$ ,  $Y_p$ ,  $Z_p$

## СТАНДАРТНІ АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ



### **Побудова аксонометричних проєкцій найпростіших геометричних тіл**

У практиці побудови аксонометричних креслень найчастіше користуються зведеною (практичною) ізометричною проєкцією та зведеною (практичною) диметричною проєкцією.

При цьому побудоване зображення на вигляд нічим не відрізняється від

точної аксонометрії, лише зображення в ізометрії збільшується в 1,22, а в симетрії - в 1,06 разу.

Лінії штрихування перерізів у аксонометричних проекціях наносять паралельно одній із діагоналей проекцій квадратів, що лежать у відповідних координатних площинах і сторони яких паралельні аксонометричним осям. На рис.

22 показано

нанесення

лінії

штрихування

для ізометрії,

а на рис. 23

— для

диметрії.

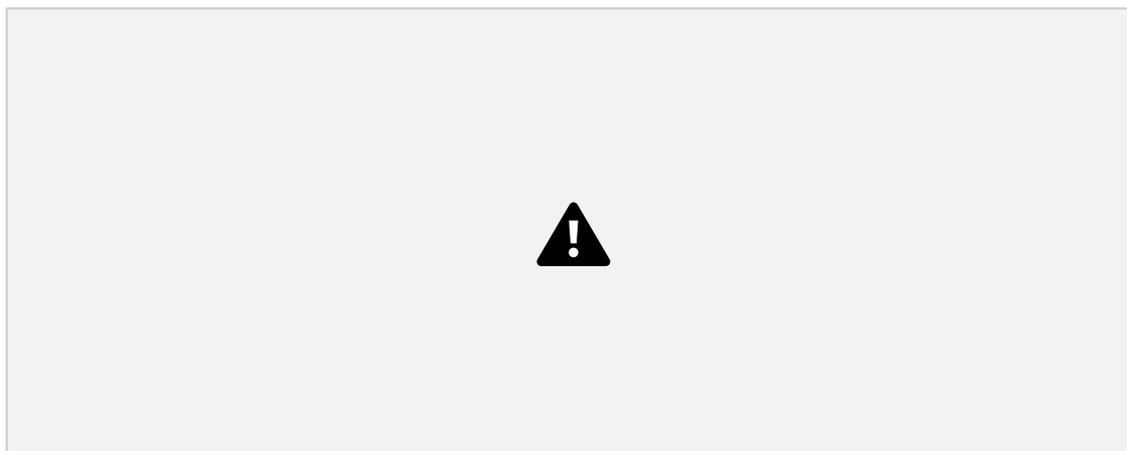


Рис. 28

Рис. 27

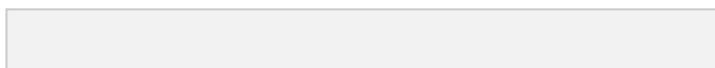
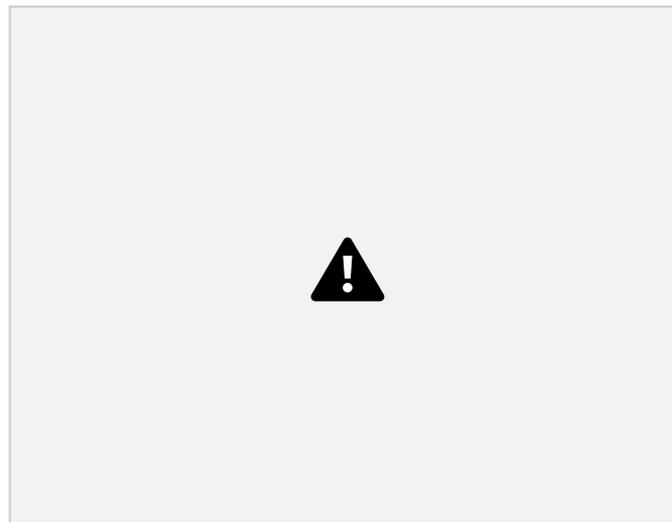
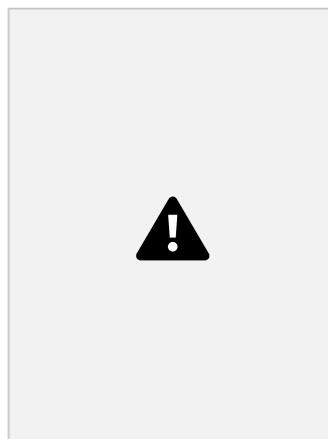
Рис. 26

Рис. 25

Рис. 24

Рис. 23

Рис. 22



Розглянемо побудову аксонометричних проєкцій деяких простих геометричних тіл.

Побудова практичної прямокутної ізометрії зрізаного конуса з вертикальним циліндричним отвором зводиться насамперед до побудови його верхньої і нижньої основ - двох різної величини еліпсів, а також двох однакових еліпсів у цих же координатних площинах, які є аксонометричними проєкціями нижньої і верхньої основи циліндричного отвору (рис. 24). Потім проводимо контурні твірні, дотичні до основ конуса. На рис. 24 показано виріз по осях  $X_p O_p$  і  $Y_p O_p$  1/4 частини фігури.

У побудові практичної ізометричної проєкції заданого циліндра обертання з циліндричним отвором (рис. 25,а) за аксонометричну вісь  $O_p Y_p$  взято вісі, обертання циліндра, на якій і відкладено натуральну висоту циліндра  $O_p O'_p$  (рис. 25,б). Кола основ, що лежать у фронтальних площинах, матимуть вигляд еліпсів, центри яких збігаються з точками  $O_p$  і  $O'_p$ . Зауважимо, що великі осі еліпсів розміщені перпендикулярно до осі  $O_p O'_p$ . Слід пригадати розміщення еліпса 1 на рис. 9. Побудова завершується проведенням контурних твірних зовнішньої поверхні циліндра, дотичних до його основ. Щоб було видно циліндричний отвір, вирізано 1/4 частину тіла по осях  $X_p O_p$  і  $Y_p O_p$ .

Побудова практичної прямокутної диметрії зрізаної піраміди з вертикальним призматичним отвором (рис. 26) та зрізаного конуса з вертикальним призматичним отвором (рис. 27) подана без пояснення. Слід звернути увагу, що по осі  $O_p Y_p$  при

побудові прямокутної диметрії натуральний розмір зменшується вдвічі.

На рис. 28 подано зображення фігури в косокутній фронтальній диметрії.

### **Побудова прямокутної ізометрії призми.**

Для наведеної на рис. 29,а призми осі координат проводимо так, щоб вони співпадали з її осями симетрії, причому початок координат - 0 буде знаходитись в центрі нижньої основи піризми -  $\alpha$ . Спочатку викреслюємо ізометричні осі для побудови основи призми (рис. 29, б). Верхня та нижня основи призми плоска фігура яка будується згідно опису зробленому раніше. З проєкційного креслення визначаємо необхідні координати точок та розташування верхньої основи призми - $\beta$  (рис. 29, в). Відрізками сполучаємо точки на верхній та нижній основі утворюючи бокові ребра та бокові грані -  $\gamma$  (рис. 29, г).

*a)*

*б)*

*в)*

*г)*

*Рис. 29*

### **Побудова прямокутної ізометрії конуса.**

Для прямого конуса (рис. 30, а) осі координат проводимо так, щоб вони співпадали з центром кола в основі, причому початок координат - 0 буде знаходитись в центрі кола. Спочатку викреслюємо ізометричні осі для побудови основи конуса (рис. 30, б). Основа конуса – коло, яке будується в ізометрії згідно опису, зробленому раніше. З проекційного креслення визначаємо розташування вершини – S (рис. 30, в). Сполучаємо вершину конуса відрізками твірних дотичних до еліптичної кривої (рис. 30, г).

а)

б)

в)

г)

Рис. 30

### **Побудова прямокутної ізометрії циліндра.**

Для прямого циліндра (рис. 31, а) осі координат проводимо так, щоб вони співпадали з центром кола в основі, причому початок координат - 0 буде знаходитись в центрі кола. Спочатку викреслюємо ізометричні осі для побудови нижньої основи циліндра -  $\beta$  (рис. 31, б). Основа циліндра коло, яке будується в ізометрії згідно опису зробленому раніше (див рис. 31). З проекційного креслення визначаємо розташування верхньої основи циліндра -  $\alpha$  (рис. 31, в). Сполучаємо верхню та нижню основи відрізками твірних дотичних до еліптичних кривих (рис. 31, г).

a)

б)

в)

г)

*Рис. 31*

### **Запитання для самоконтролю:**

1. У чому суть аксонометричного проєкціювання?
2. Які існують основні види аксонометричних проєкцій?
3. Які коефіцієнти спотворення для прямокутної ізометрії; для прямокутної диметрії?
4. Як побудувати коло у прямокутній ізометрії, якщо його товщина паралельна горизонтальній; фронтальній; профільній площині проєкцій?
5. Як виконується штрихування розрізів у ізометрії та диметрії?
6. Як будується прямокутна диметрична проєкція трикутника, що лежить у горизонтальній площині проєкцій?

**Вправа.** Побудувати в прямокутній ізометрії плоскі фігури, які подано на малюнках. Кожну із фігур побудувати в трьох координатних площинах.

б)  
а)