

ПОВЕРХНІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ

1. Аналіз геометричної форми предмета
2. Проекціювання геометричних тіл та побудова проекцій точок, що лежать на поверхні
3. Розгортка геометричних тіл

ЛІТЕРАТУРА:

1. А.М. Хаскин “Черчение”
2. Є.А. Антонович, Я.В. Васишин “Креслення”
3. С.К. Боголюбов “Черчение”

Аналіз геометричної форми предмета

Аналіз геометричної форми предмета. Придивіться до навколишніх предметів. Багато з них мають форму різних геометричних тіл або їх частин. Інші предмети мають складнішу форму, утворену сукупністю геометричних тіл.

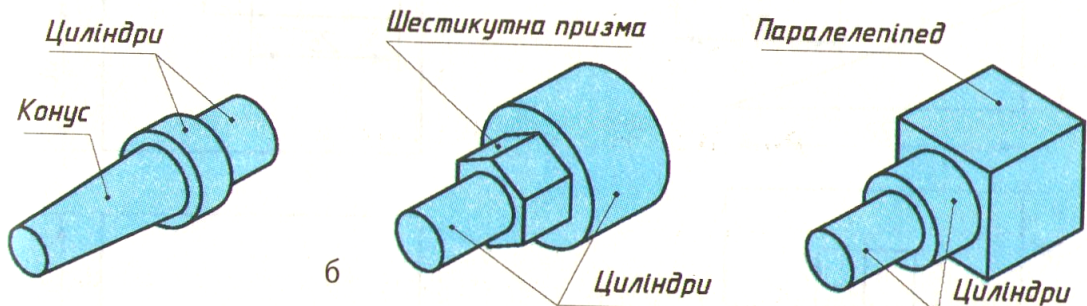


Рис. 1.

Предмети, утворені поверхнями геометричних тіл

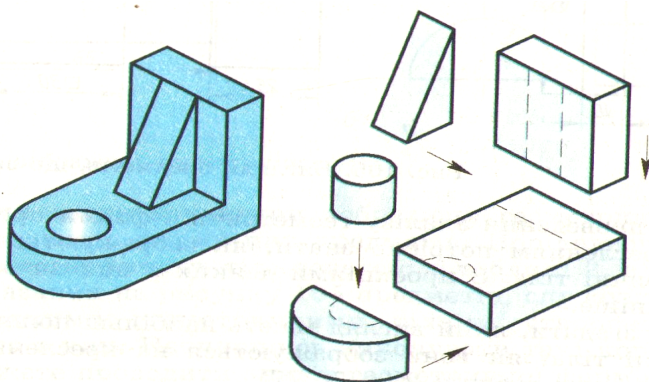


Рис. 104. Аналіз геометричної форми предмета

Щоб визначити форму предмета за кресленням, його уявно розчленовують на окремі складові частини, що мають форму простих геометричних тіл. Приклад такого розчленування наведено на рисунку 2. Форма зображеного на ньому предмета утворена двома паралелепіпедами, трикутною призмою, напівциліндром і циліндром, видаленим з нижньої частини предмета.

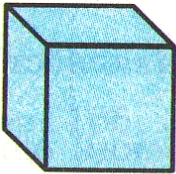
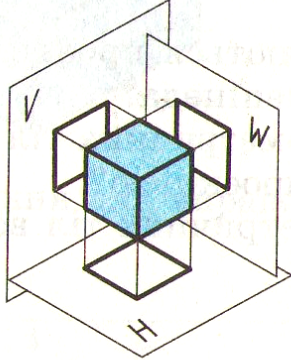
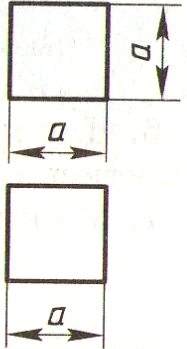
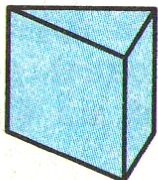
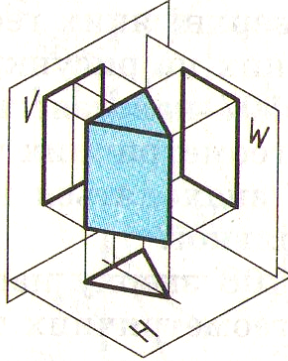
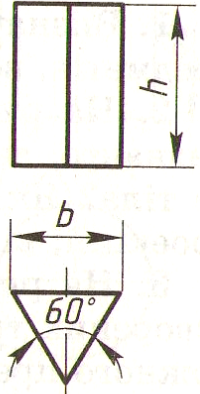
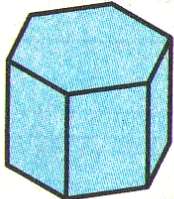
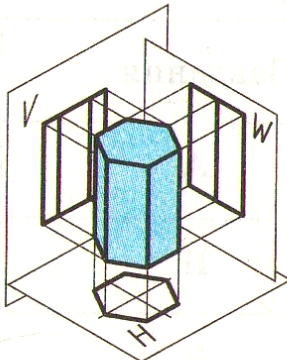
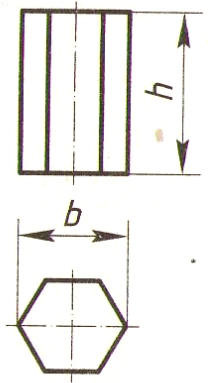
Уявне розчленування предмета на геометричні тіла, з яких він складається, називають *аналізом геометричної форми предмета*.

Для проведення аналізу геометричної форми предмета за його кресленням потрібно знати, як зображуються основні геометричні тіла.

Проекціювання геометричних тіл

та побудова проекцій точок, що лежать на поверхні

Щоб згадати, який вигляд мають найбільш поширені геометричні тіла, як вони зображуються на кресленнях, слід звернутися до таблиці 1.

Геометричне тіло	Наочне зображення	Прямокутні проекції	Креслення з нанесеними розмірами
Куб			
Трикутна призма			
Шестикутна призма			
			

Щоб накреслити складну технічну деталь, потрібно, насамперед, уявити собі її форму. Для цього зручно уявно розчленити деталь на окремі геометричні тіла і навчитися будувати проекції цих простих геометричних тіл. Зобразити й прочитати креслення геометричного тіла означає не тільки вміти за розмірами побудувати проекції, а й провести повний аналіз фігури. Останнє означає, що треба вміти визначати й показати на кресленні ребра, грані, вершини, твірні, їх розташування між собою і відносно площин проекцій, показати видимі й невидимі елементи, знайти проекції точок, що лежать на поверхні тіла, проставити розміри тощо.

Геометричні тіла, обмежені плоскими фігурами – багатокутниками, називаються *багатогранниками*. Їх плоскі фігури називаються *гранями*, а лінії перетину граней – *ребрами*. Точки перетину ребер, або точки, в яких сходяться грані, називаються *вершинами багатогранника*. Кут, утворений гранями, які сходяться в одній вершині, буде багатогранним кутом. Багатогранниками, наприклад, є призма й піраміда. На практиці найчастіше зустрічаються такі тіла обертання: циліндр, конус, сфера, кільце, тор.

Проекції призми. Якщо твірна ковзає по довільній напрямній замкненій ламаній лінії так, що окремі її положення залишаються між собою паралельними, то утворюється *призматична поверхня*.

Призмою називається багатогранник, який утворюється перерізом призматичної поверхні двома паралельними площинами.

Дві грані призми є однаковими багатокутниками з відповідно паралельними сторонами, а бічні грані в загальному випадку – паралелограми.

Призма, в якій бічні ребра перпендикулярні до основи, називається прямою і похилою, коли вони не перпендикулярні.

Бічні грані прямої призми – прямокутники, похилої – паралелограми. Призми поділяються на правильні і неправильні.

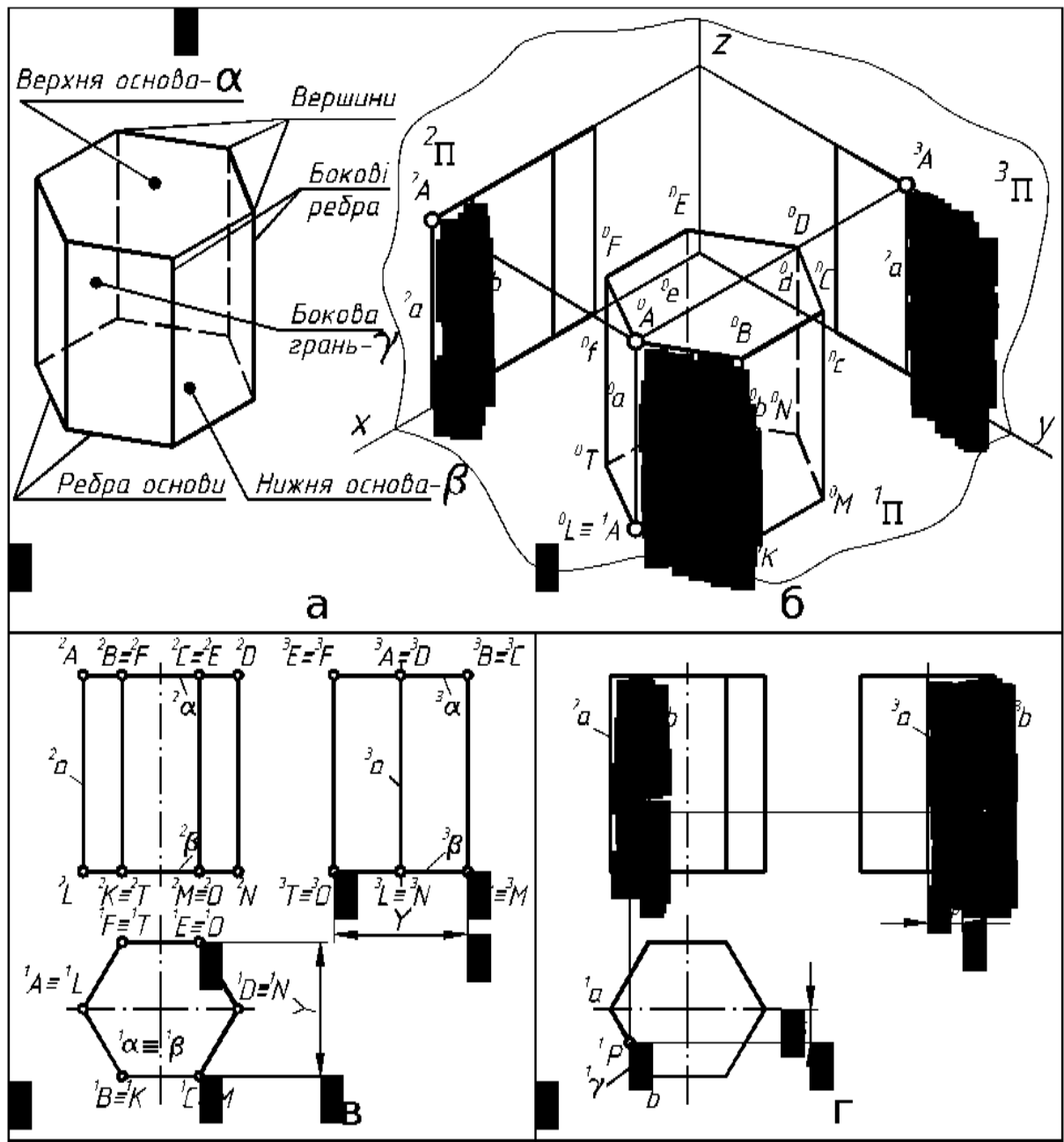
Правильною називається призма, в основі якої лежить правильний багатокутник.

За формою основи призми бувають трикутні, чотирикутні, шестикутні і т.д. Коли в основі призми лежить прямокутник або паралелограм, вона називається *паралелепіпедом*.

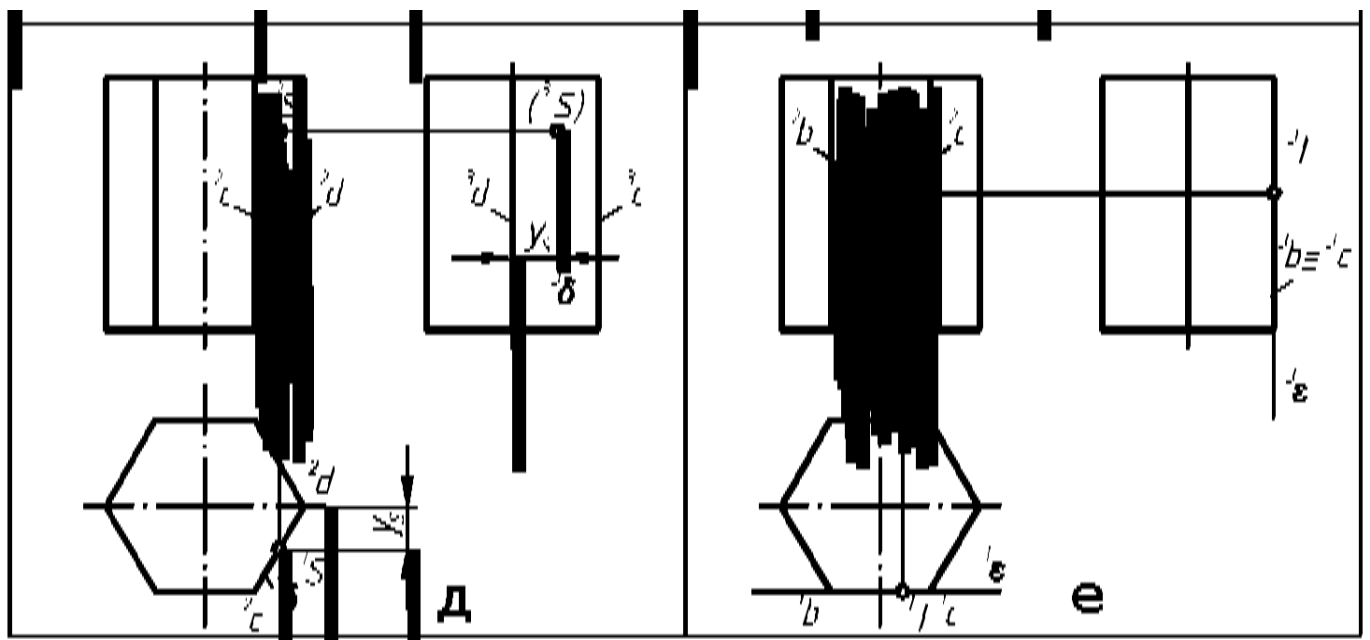
Прямий паралелепіпед, в основі якого лежить прямокутник, називається *прямокутним*.

Побудова проєкцій правильної прямої шестикутної призми розпочинається з виконання її горизонтальної проєкції – правильного шестикутника. Із вершин цього шестикутника проводять вертикальні лінії зв'язку і будують фронтальну проєкцію нижньої основи призми. Ця проєкція зображується відрізком горизонтальної прямої. Від цієї прямої вгору відкладають висоту призми і будують фронтальну проєкцію верхньої основи. Потім накреслюють фронтальні проєкції ребер – відрізки вертикальних прямих, що дорівнюють висоті призми. Фронтальні проєкції передніх

і



задніх ребер співпадають.



Горизонтальні проекції бічних граней зображуються у вигляді відрізків прямих. Середня бічна грань 1234 зображується на площині π_2 в дійсному вигляді, а на площині π_3 – у вигляді відрізка прямої лінії. Фронтальні і профільні проекції решти граней зображуються спотворено.

Проекції пірамід. Якщо твірна лінія, що проходить через постійну точку, ковзає по замкненій ламаній лінії, то утворюється *багатогранний кут*, або *пірамідальна поверхня*. Перерізаючи пірамідальну поверхню площиною, дістають *піраміду*.

Отже, *пірамідою* називається багатогранник, одна грань якого є багатокутник, а бічні грані – трикутники, які мають спільну точку – вершину піраміди.

За формою основи піраміди бувають трикутні, чотирикутні, п'ятикутні і т.д.

Піраміда називається *правильною*, коли в її основі лежить правильний багатокутник і вісь проходить через центр основи.

Бічні грані правильної піраміди – рівнобедрені трикутники.

Найкоротша відстань від вершини до основи називається *висотою* піраміди.

Якщо піраміду розікти площиною, паралельною її основі, то та частина піраміди, яка знаходиться між основою і січною площиною, називається *зрізаною пірамідою*. Сторони верхньої і нижньої основ зрізаної піраміди паралельні між собою. Зрізана піраміда називається *правильною*, коли в її основах лежать правильні багатокутники.

Побудова проєкцій трикутної піраміди розпочинається з побудови основи, горизонтальна проєкція якої є дійсним виглядом трикутника.

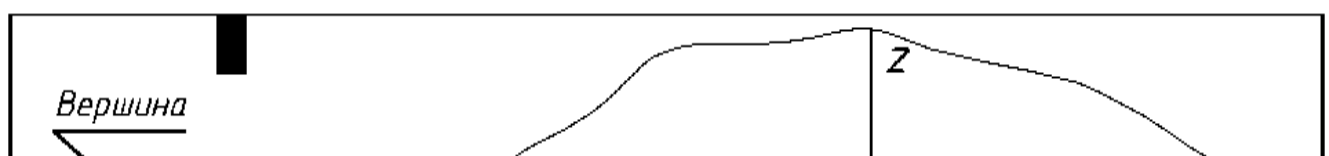
Фронтальна проєкція основи зображується горизонтальним відрізком прямої.

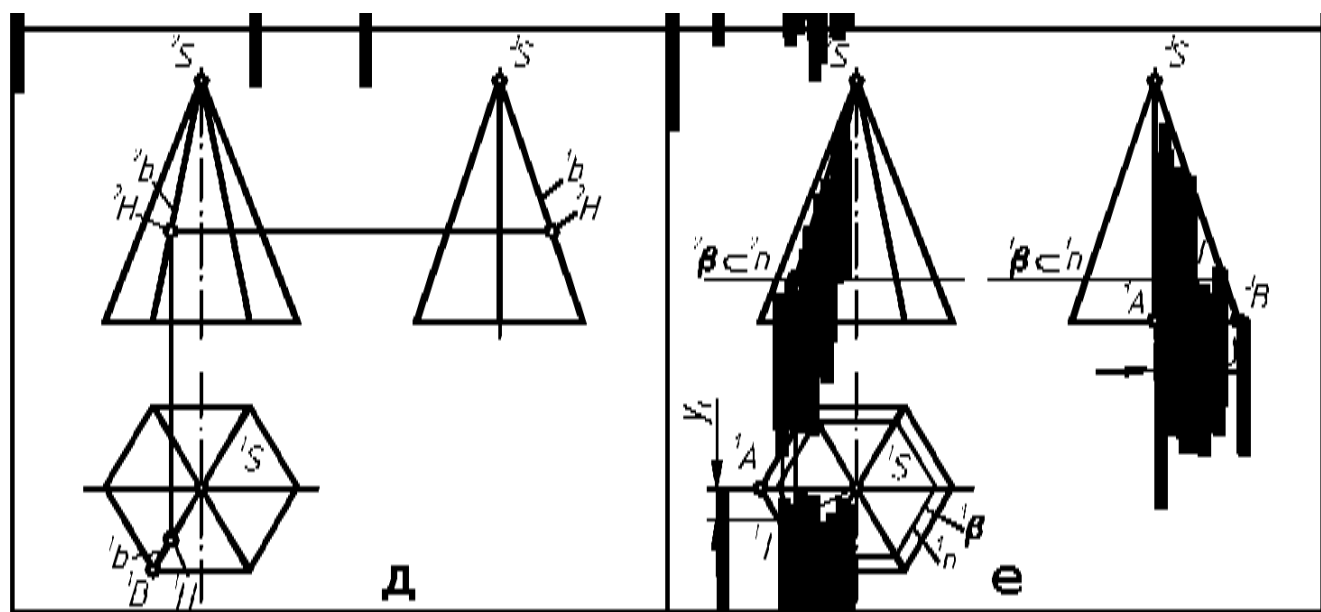
З горизонтальної проєкції S_1 вершини піраміди проводять вертикальну лінію зв'язку, на якій від осі x відкладають висоту піраміди і одержують фронтальну проєкцію S_2 вершини. З'єднуючи точку S_2 з точками $1_2, 2_2$ і 3_2 одержують фронтальні проєкції ребер піраміди.

Горизонтальні проєкції ребер одержують, з'єднуючи горизонтальну проєкцію S_1 вершини піраміди з горизонтальними проєкціями $1_1, 2_1$ і 3_1 вершин основи.

Нехай, наприклад, задана фронтальна проєкція A_2 точки A , розташована на грані $1_2S_22_2$ піраміди, і необхідно знайти другу проєкцію точки A .

Для розв'язування даної задачі проведемо через A_2 допоміжну пряму і продовжимо її до перетину з фронтальними проєкціями ребер 1_2S_2 і 2_2S_2 в точках N_2 і M_2 . Потім з точок N_2 і M_2 проведемо лінії зв'язку до перетину з горизонтальними проєкціями 1_1S_1 і 2_1S_1 цих ребер в точках N_1 і M_1 . З'єднавши N_1 з M_1 , одержимо горизонтальну проєкцію допоміжної прямої, на якій за допомогою лінії зв'язку знайдемо шукану горизонтальну проєкцію A_1 точки A . Профільну проєкцію цієї точки знайдемо звичайним способом, використовуючи лінії зв'язку.





Проекції циліндрів. Бічна поверхня прямого кругового циліндра утворюється рухом відрізка AB навколо вертикальної осі по напрямному колу. На рис.2, *а* дано наочне зображення циліндра.

Побудова горизонтальної і фронтальної проекцій циліндра показана на рис. 2, *б і в*.

Побудову розпочинають, зображаючи основу циліндра, тобто двох проекцій кола. Оскільки коло розташоване на площині π_1 , то воно проєкціюється на цю площину без спотворення. Фронтальна проекція являє собою відрізок горизонтальної прямої лінії, який дорівнює діаметру кола основи.

Після побудови основи на фронтальній проекції проводять дві крайні твірні і на них відкладають висоту циліндра. Проводять відрізок горизонтальної прямої, який є фронтальною проекцією верхньої основи циліндра.

Визначення двох відсутніх проекцій точок A і B , розташованих на поверхні циліндра, за однією заданою, наприклад, фронтальною проекцією в даному випадку труднощів не викликає, оскільки вся горизонтальна проекція бічної поверхні циліндра являє собою коло.

Таким чином, горизонтальні проекції точок A і B можна знайти, провівши з даних точок A_1 і B_2 вертикальні лінії зв'язку до їх перетину з колом в шуканих точках A_1 і B_1 .

Профільні проекції точок A і B будують також за допомогою вертикальних і горизонтальних ліній зв'язку.

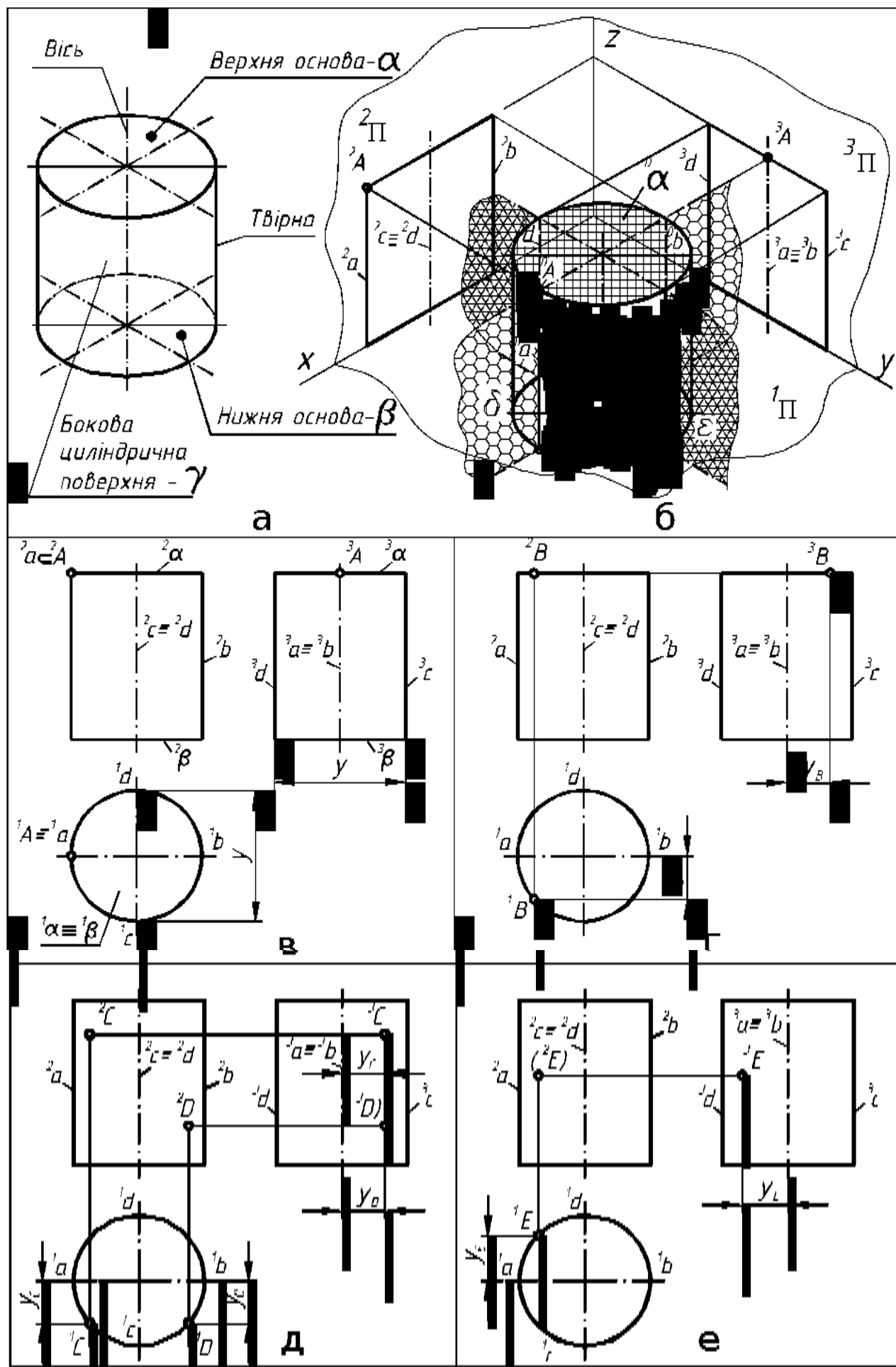


Рис. 2

Проекції конусів. Бічна поверхня конуса утворена обертанням твірної BS навколо осі по напрямному колу основи.

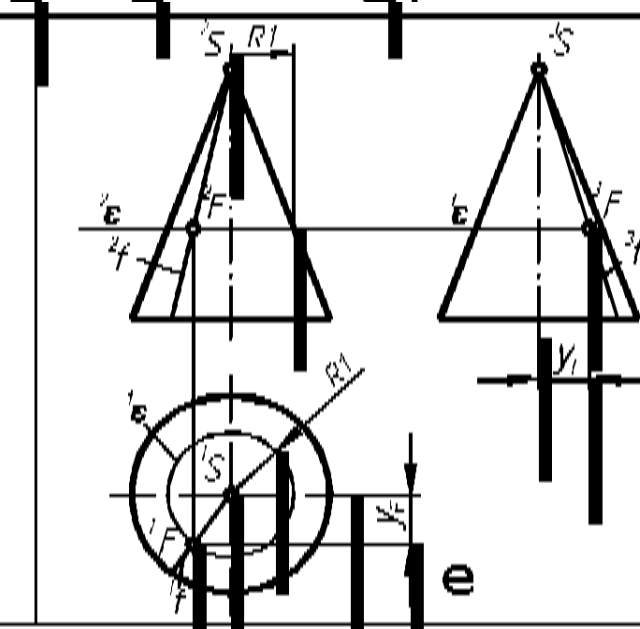
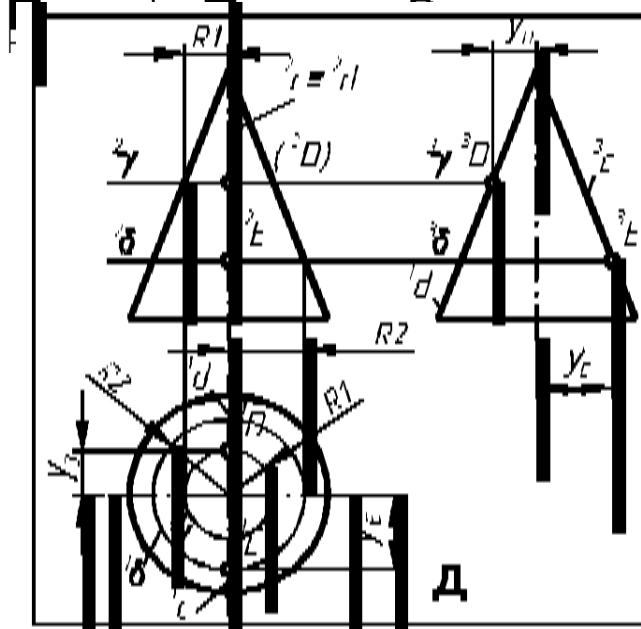
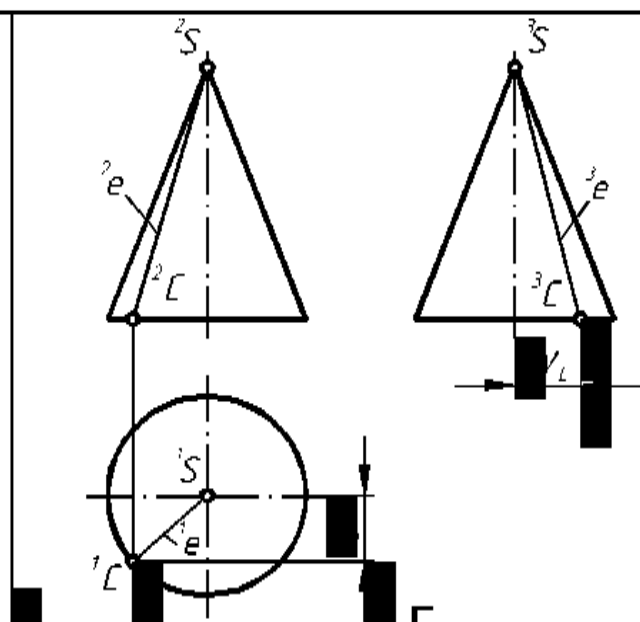
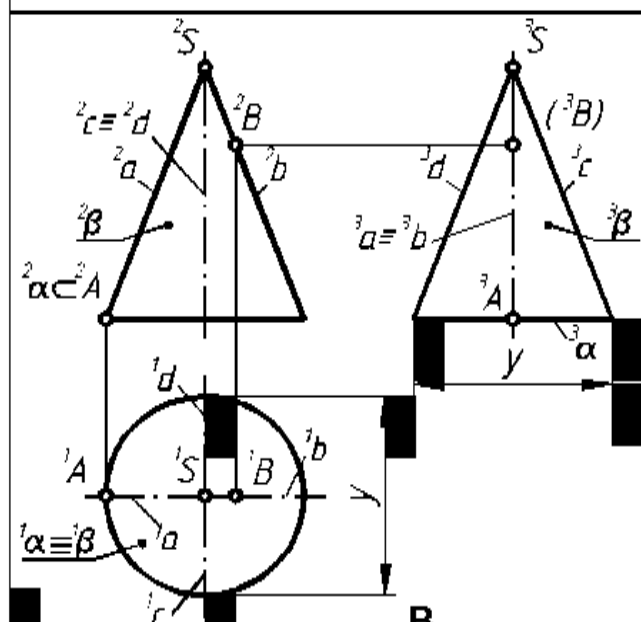
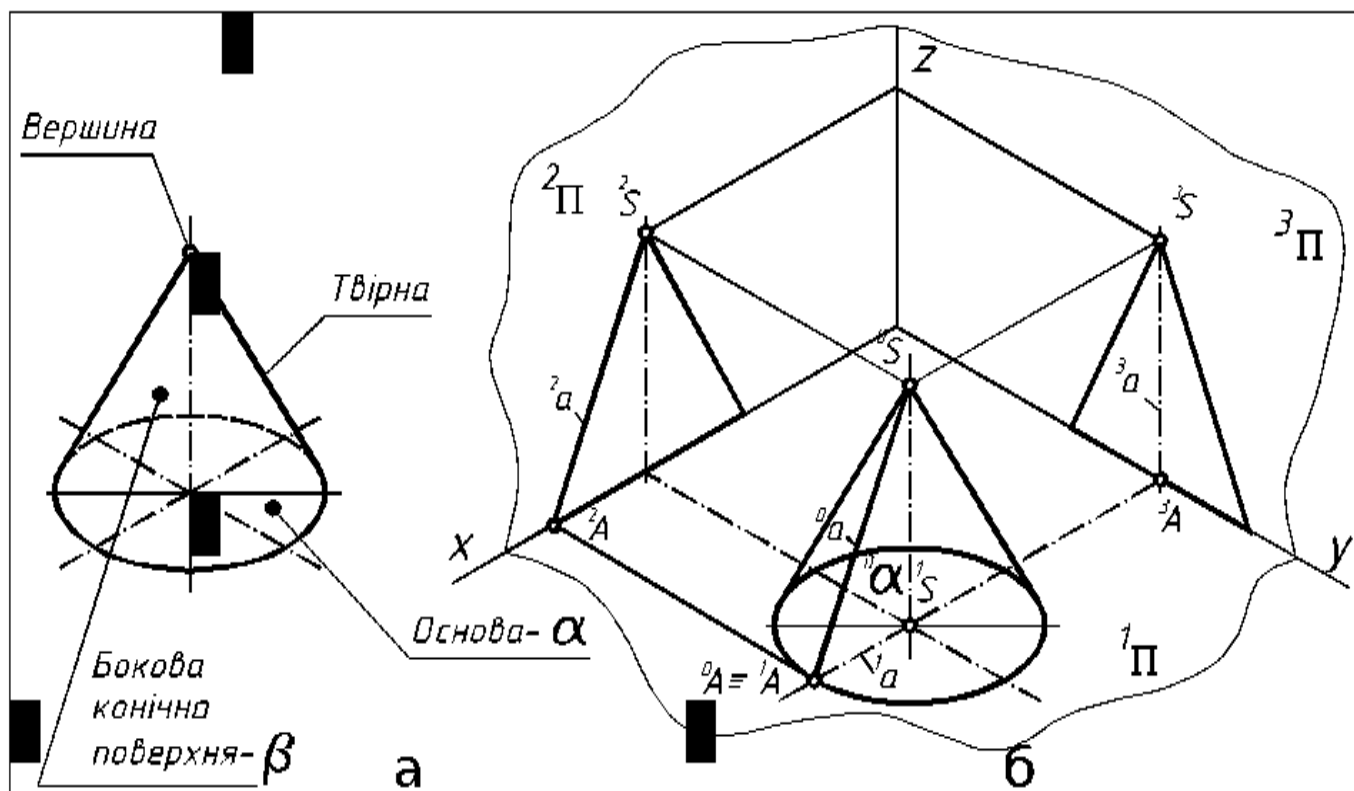
Послідовність побудови двох проекцій конуса. Попередньо будують дві проекції основи. Горизонтальна проекція основи – коло. Якщо припустити, що основа конуса лежить на площині π_1 , то фронтальною проекцією буде відрізок прямої, що дорівнює діаметру цього кола. На фронтальній проекції з середини основи ставлять перпендикуляр і на ньому відкладають висоту конуса. Одержану фронтальну проекцію вершини конуса з'єднують прямими з кінцями фронтальної проекції основи і одержують фронтальну проекцію конуса.

Якщо на поверхні конуса задана одна проекція точки A , то дві інші проекції цієї точки визначають за допомогою допоміжних ліній – твірної, розташованої на поверхні конуса і проведеної через точку A_2 або кола, розташованого в площині, паралельній основі конуса.

В першому випадку проводять фронтальну проекцію $S_2A_2F_2$ допоміжної твірної. Скориставшись вертикальною лінією зв'язку, проведеною з точки F_2 , розташованої на фронтальній проекції кола основи, знаходять горизонтальну проекцію $S_1A_1F_1$ цієї твірної, на якій за допомогою лінії зв'язку, проведеної через A_2 , знаходять шукану точку A_1 .

У другому випадку допоміжною лінією, проведеною через точку A_1 , буде коло, розташоване на конічній поверхні і паралельне площині π_1 . Фронтальна проекція цього кола зображується у вигляді відрізка горизонтальної прямої. Шукана горизонтальна проекція A_1 точки A знаходиться на перетині лінії зв'язку, опущеної з точки A_2 , з горизонтальною проекцією допоміжного кола.

Якщо задана фронтальна проекція B_2 точки B розташована на контурній твірній S_2K_2 , то горизонтальна проекція точки знаходиться без допоміжних ліній.



Розгортки геометричних тіл

Розгортка поверхні призми - плоска фігура, що складається з бічних граней прямокутників і двох основ многокутників.

На рис. 3а показана шестикутна призма, у якої всі грані - рівні між собою прямокутники шириною a і висотою h , а основи правильні шестикутники із стороною, що дорівнює a . На рис. 3б показана розгортка цієї призми. Розгортки інших прямих призм виконуються аналогічно.

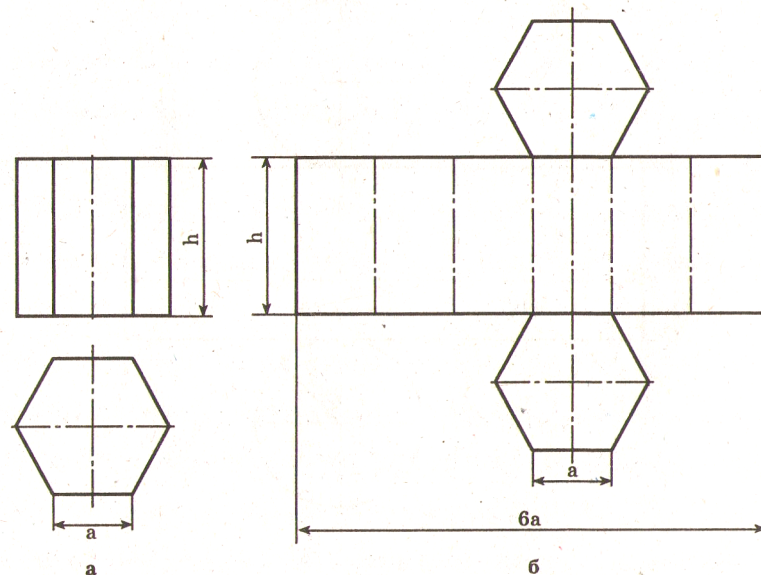


Рис. 3

Розгортка поверхні циліндра — плоска фігура, що складається з прямокутника і двох кругів (рис. 4). Одна сторона прямокутника дорівнює висоті циліндра h , друга — довжині кола основи, що визначається за формулою: $C = \pi d$; де $\pi = 3,14$; d — діаметр основи.

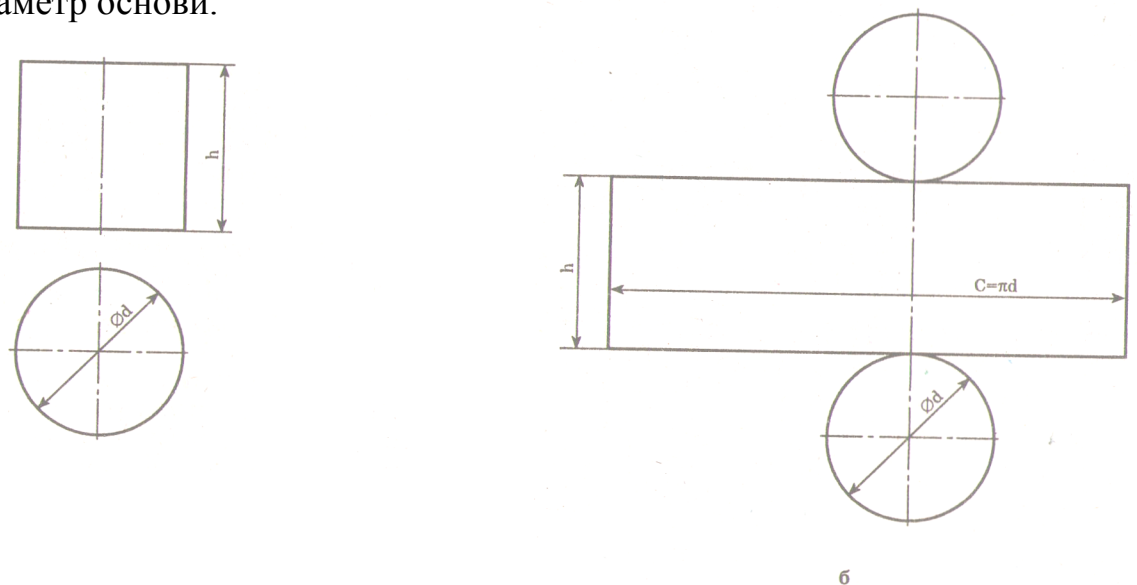


Рис. 4

Розгортка поверхні конуса - плоска фігура, що складається з сектора - розгортки бічної поверхні і круга - основи конуса (рис. 5).

Для побудови розгортки (рис. 5,б) необхідно мати розмір твірної l , що одержують на головному вигляді (рис. 5.а), і діаметр d . Твірна l дорівнює радіусу R сектора розгортки. Кут сектора α обчислюють за формулою: $\alpha = \frac{360^\circ d}{2R}$, де d - діаметр кола основи, R - довжина твірної конуса, яку можна визначити за теоремою Піфагора.

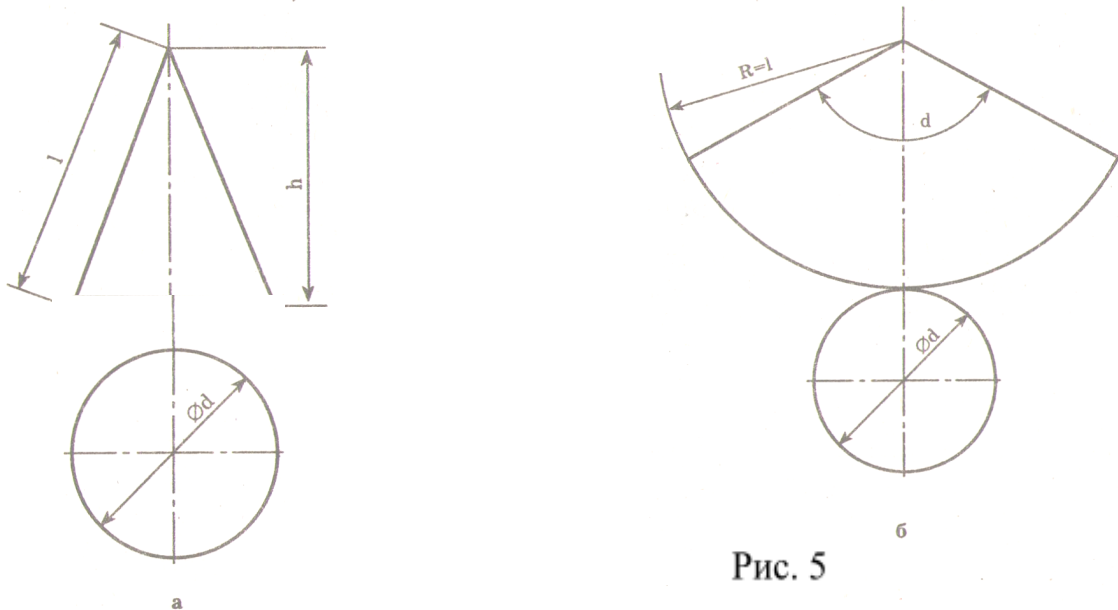


Рис. 5

Розгортка поверхні піраміди — плоска фігура, що складається з бічної поверхні і основи (рис. 6).

Для побудови розгортки необхідно описати дугу радіусом R , що дорівнює довжині бічного ребра піраміди (рис. 6,а). На цій дузі відкладають ту кількість відрізків, що відповідає кількості граней. Кожен відрізок дорівнює стороні основи. Крайні точки сполучають прямими з точкою O (рис. 6,б), потім добудовують основу.

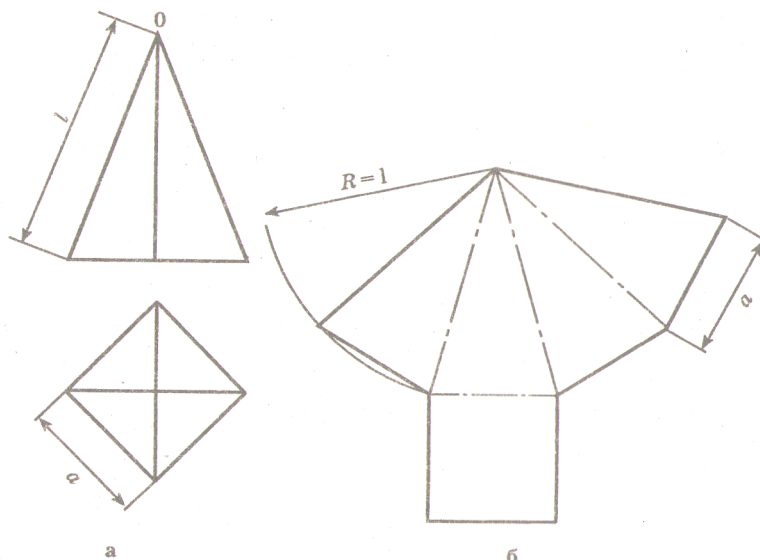


Рис. 39
Рис. 6

Запитання для самоконтролю:

1. Назвіть геометричні тіла (гранні і тіла обертання).
2. За якими правилами розташовують предмети відносно площини проєкцій?
3. Які ребра, або грані геометричних тіл проєктуються на площину в натуральну величину?
4. Для чого потрібен аналіз графічного спаду зображення?

Вправа . Позначити вершини багатогранника, добудувати профільну проєкцію та проєкцію точок KLM, яких не вистачає. Побудувати аксонометрію багатогранника.

