

Перетин поверхонь геометричних тіл площинами

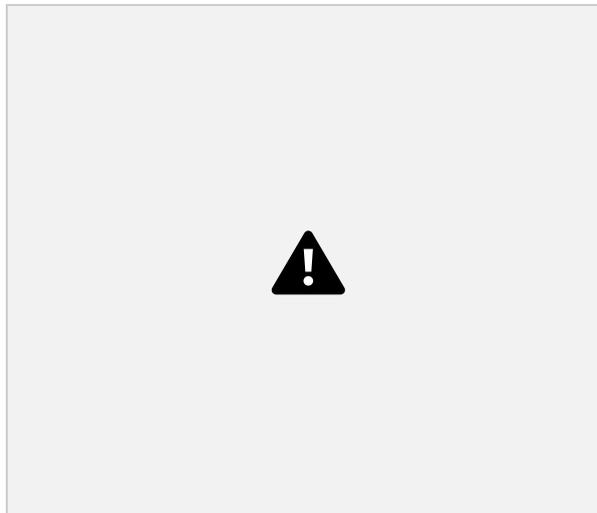
1. Поняття про перерізи.
2. Переріз тіл проектуючими площинами.
3. Побудова натуральної величини фігури.
4. Побудова розгортки поверхонь зрізаних тіл.

ЛІТЕРАТУРА:

1. А.М. Хаскин “Черчение”
2. Є.А. Антонович, Я.В. Васишин “Креслення”
3. С.К. Боголюбов “Черчение”

Поняття про перерізи

Деталі машин і приладів дуже часто мають форми, що являють собою різні геометричні поверхні, зрізані площинами (мал. 1).



Мал. 1

Задачі побудови проекцій таких перетинів нерідко зустрічаються при виконанні креслень деталей машин і приладів. Крім того, іноді необхідно виконати розгортку поверхні порожніх деталей, зрізаних площиною. Це застосовується в розкрій листового матеріалу, з якого виготовляються порожні деталі.

Такі деталі звичайно являють собою частини всіляких трубопроводів, вентиляційних пристроїв, кожухів для закриття механізмів, огороження верстатів і т.п. (мал. 1 і 2).

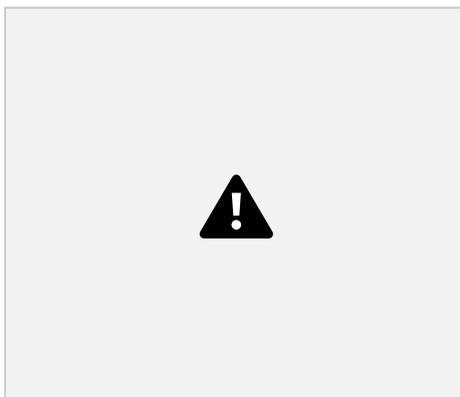
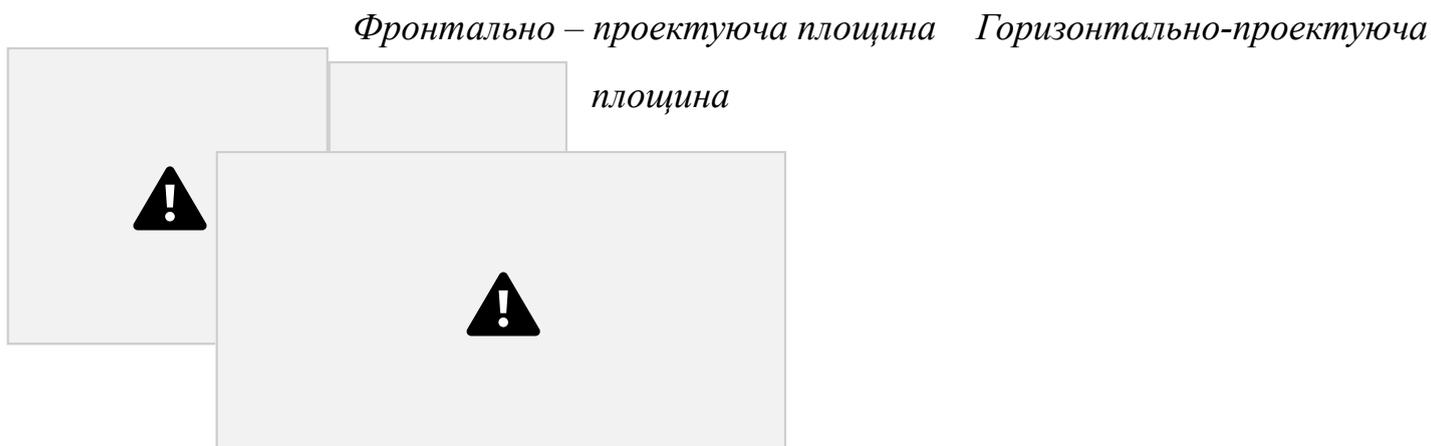


Рис. 2

Побудови прямокутних і аксонометричних проєкцій зрізаних тіл, а також визначення виду перетинів і розгорнень поверхонь геометричних тіл сприяють засвоєнню основ проєкційного креслення. Перетинаючи геометричне тіло площиною, одержують перетин — плоску фігуру, обмежений лінією, усі точки якої належать як січній площини, так і поверхні тіла.

При перетині площиною багатогранника (наприклад, призми, піраміди) у перетині виходить багатокутник з вершинами, розташованими на ребрах багатогранника. При перетині площиною тіл обертання (наприклад, циліндра, конуса) фігура перетину часто обмежений кривою лінією. Точки цієї кривої знаходять за допомогою допоміжних ліній — чи прямих окружностей, узятих на поверхні тіла. Точки перетину цих ліній із січною площиною будуть шуканими точками контуру криволінійного перетину.

Приклад перетину площиною P геометричного тіла — куба, що лежить на горизонтальній площині проєкції H , показаний на рис. 3.



Площина загального положення



У першому випадку (рис. 3,а) куб усічений площиною, що *фронтально - проектує, P*. Фігурою перетину є прямокутник.

При побудові двох проєкцій такого перетину (мал. 3,б) варто мати на увазі, що фронтальна проєкція фігури перетину збігається з фронтальним слідом січної площини P_v .

Горизонтальна проєкція фігури перетину — прямокутник.

В другому випадку (мал. 3,в) куб усічений площиною, що *горизонтально-проектує, P*. Фігура перетину — прямокутник.

На мал. 3,г приведена побудова проєкцій цього перетину. Горизонтальна проєкція фігури перетину збігається з горизонтальним слідом P_H січної площини. Фронтальною проєкцією перетину буде прямокутник, однією стороною якого є лінія перетину площини P з площиною передньої грані куба.

Якщо куб зрізаний площиною загального положення (мал. 3,д), то отримана фігура перетину в даному випадку (трикутник) проєктується на площині проєкцій V і H з обертанням.

Перетин призми площиною

Фігура перетину прямої п'ятикутної призми площиною, що *фронтально-проектує, P* (мал. 4, а) являє собою плоский п'ятикутник 12345.

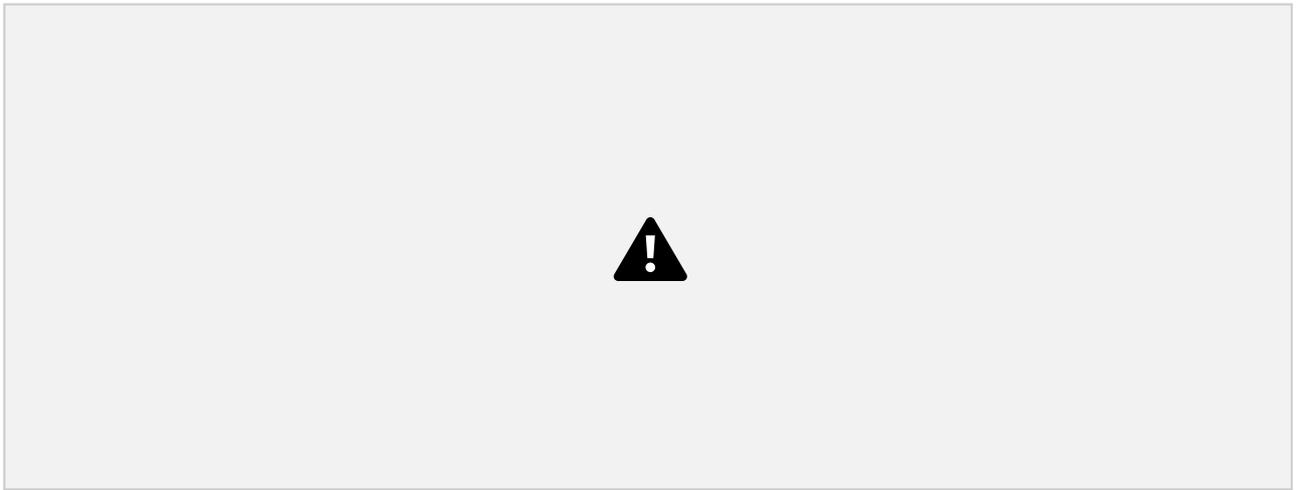


Рис. 4

Для побудови проєкцій фігури перетину знаходять проєкції точок перетинання площини P з ребрами призми і з'єднують їх прямими лініями. Фронтальні проєкції цих точок виходять при перетинанні фронтальних проєкцій ребер призми з фронтальним слідом P , січної площини P (точки $1' — 5'$).

Горизонтальні проєкції точок перетинання $1—5$ збігаються з горизонтальними проєкціями ребер. Маючи дві проєкції цих точок, за допомогою ліній зв'язку знаходять профільні проєкції $1''—5''$. Отримані точки $1''—5''$ з'єднують прямими лініями й одержують профільну проєкцію фігури перетину.

Дійсний вид фігури перетину можна визначити кожним зі способів: обертання, чи сполучення зміни площин проєкцій.

У даному прикладі (мал. 4,а) застосований спосіб зміни площин проєкцій. Горизонтальна площина проєкцій замінена новою H_1 причому вісь x , (для спрощення побудов) збігається з фронтальним слідом площини P .

Для побудови нової горизонтальної проєкції якої-небудь точки фігури перетину (наприклад, точки 1) необхідно виконати наступні побудови. З точки $1'$ проводять перпендикуляр до нової осі x_1 і відкладають на ньому відстань від колишньої осі x до колишньої горизонтальної проєкції точки 1 , тобто відрізок n . У результаті одержують точку 1_0 . Так само знаходять і нові горизонтальні проєкції точок $2—5$. З'єднавши прямими лініями нові горизонтальні проєкції $1_0—5_0$, одержують дійсний вид фігури перетину.

Розгорткою називається плоска фігура, отримана при сполученні поверхні геометричного тіла з однією площиною (без накладення чи граней інших елементів поверхні один на одного).

Розгортка бічної поверхні (мал. 4,б) з основою призми будують у такий спосіб. Проводять пряму, на якій відкладають п'ять відрізків, рівних довжинам сторін п'ятикутника, що лежить у основі призми. З отриманих точок проводять перпендикуляри, на яких відкладають дійсні довжини ребер усіченої призми, беручи їх із фронтальної чи профільної проекції (мал. 4,а), одержують розгортку бічної поверхні призми.

До розгортки бічної поверхні будують фігуру нижньої основи — п'ятикутник і фігуру перетину. При цьому використовують метод координат, відомий з геометричного креслення. Лінії згину за ДСТ 2.303—68 показують на розгортці штрих-пунктирною лінією з двома отчками.

Для наочності виконаємо побудову зрізаного тіла в аксонометричній проекції. На мал. 4 побудована ізометрична проекція зрізаної призми. Порядок побудови ізометричної проекції наступний. Будують ізометричну проекцію основи призми; проводять у вертикальному напрямку лінії ребер, на яких від основи відкладають їхні дійсні довжини, узяті з фронтальної чи профільної проекції призми. Отримані точки 1'—5' з'єднують прямими лініями.

Перетин циліндра площиною

Побудова перетину прямого кругового циліндра аналогічно побудові перетину призми, тому що прямий круговий циліндр можна розглядати як пряму призму з незліченною кількістю ребер — твірних циліндра.

Виконання креслення починають з побудови трьох проекцій прямого кругового циліндра. На поверхні циліндра проводять твірні, у даному прикладі дванадцять. Для цього горизонтальну проекцію основи поділяють на 12 рівних частин. За допомогою ліній зв'язку проводять фронтальні проекції твірних циліндра (мал. 5,а).

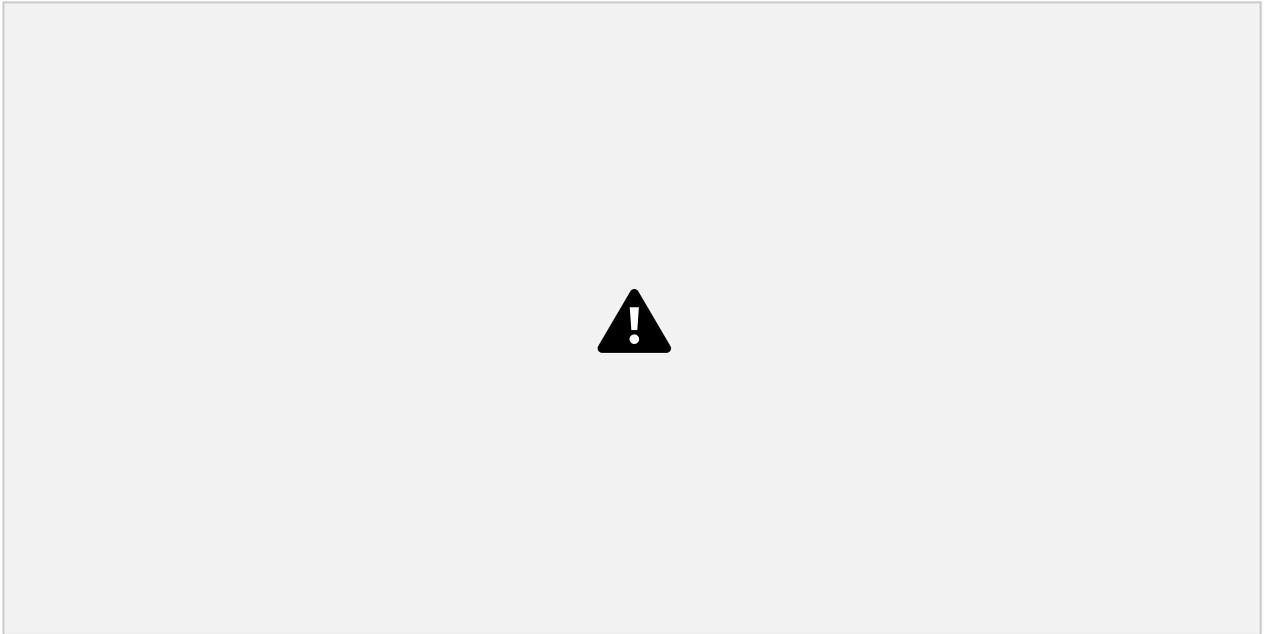


Рис. 5

З комплексного креслення видно, що площина P перетинає не тільки бічну поверхню, але і верхню основу циліндра. Як відомо, площина, розташована під кутом до осі циліндра, перетинає його по еліпсі. Отже, фігура перетину в даному випадку являє собою частину еліпса (мал. 5,в).

Фронтальна проекція фігури перетину збігається з фронтальним слідом P_v площини P . Горизонтальна проекція цієї фігури збігається з горизонтальною проекцією основи циліндра.

Профільна проекція фігури перетину являє собою проекцію частини еліпса і може бути побудована по декількох точках, що будуються за допомогою ліній зв'язку по горизонтальній і фронтальній проекціях фігури перетину. Отримані в такий спосіб профільні проекції точок фігури перетину з'єднують кривою по лекалу.

Дійсний вид фігури перетину отриманий на рис. 5,а способом зміни площин проекцій. Горизонтальна площина проекцій замінена новою. Нова вісь проекцій x_1 може бути проведена паралельно сліду P_v , на довільній відстані, але для спрощення побудов вона виконана співпадаючою з P_v (аналогічно мал. 4). Від осі x_1 відкладають відрізки $5'5_0=55_x$, $4'4_0=44_x$, тобто відрізки m , n и т. д., тому що відстань від нової проекції цієї точки до нової осі проекцій дорівнює відстані від колишньої проекції цієї точки до колишньої осі проекцій.

Розгортку бічної поверхні усіченого циліндра з підставою і фігурою перетину показані на мал. 5,б.

Для побудови Розгортку на горизонтальній прямій відкладають довжину окружності основи, рівну πd , і поділяють її на 12 рівних частин. З точок розподілу проводять перпендикуляри до відрізка πd на них відкладають дійсні довжини твірних циліндра від основи до січної площини P , що узяті з фронтальної чи профільної проекції циліндра. Отримані точки $1_1 \dots 9_1$ з'єднують по лекалу плавною кривою. Потім фігуру перетину з'єднують з частиною верхньої основи циліндра, обмеженого хордою $1_1 9_1$ (сегмент), а фігуру нижньої основи циліндра з'єднують з нижньою частиною Розгортку.

Ізометричну проекцію зрізаного циліндра будують у такий спосіб (мал. 5,в). Спочатку будують ізометрію нижньої основи (овал) і частини верхньої основи — сегмента (частина овалу). На діаметрі окружності нижньої основи від центра O' відкладають відрізки a , b і т. д., узяті з горизонтальної проекції основи. Потім з намічених точок проводять прямі, рівнобіжні осі циліндра до перетинання з віссю еліпса.

Через отримані точки проводять прямі осі і на них відкладають відрізки, узяті з дійсної величини перетину. Отримані точки з'єднують по лекалу.

Перетин піраміди площиною

Правильна шестикутна піраміда, зрізана площиною, що *фронтально - проектує*, P , показана на рис. 6.

Як і в попередніх прикладах, фронтальна проекція перетину збігається з фронтальним слідом P , площини (мал. 6,а). Горизонтальну і профільну проекції фігури перетину будують по точках, що є точками перетинання площини P з ребрами піраміди. Дійсний вид фігури перетину в цьому прикладі знайдемо способом сполучення (площина P разом з фігурою перетину сполучена з горизонтальною площиною проекцій).

Розгортка бічної поверхні усіченої піраміди з фігурою перетину і фігурою основи приведена на рис. 6,б.

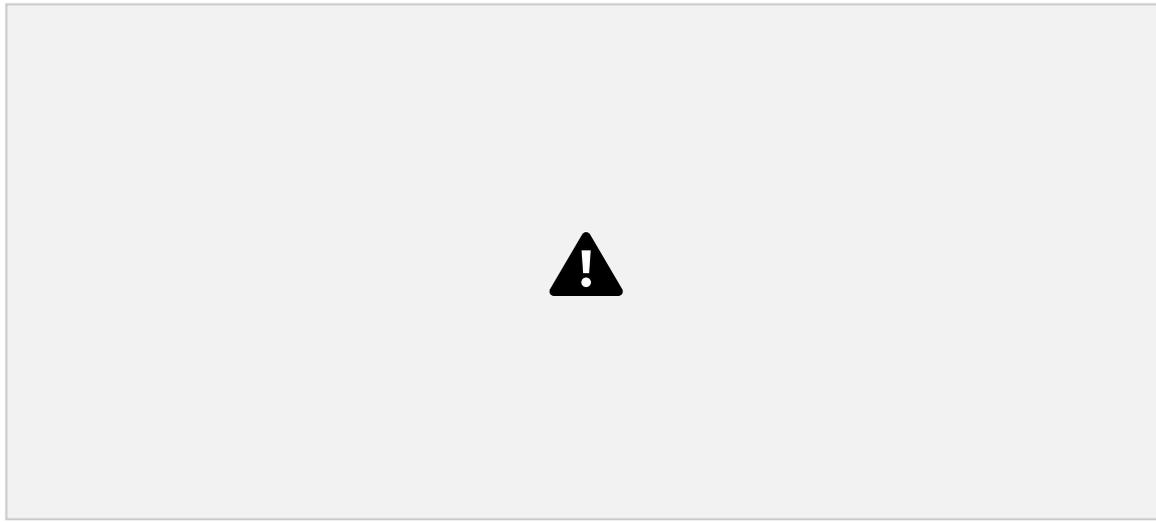


Рис. 6

Спочатку будують розгортку незрізаної піраміди, усієї грані якої, що мають форму трикутника, однакові. На площині намічають точку S_1 (вершину піраміди) і з її, як з центра, проводять дугу окружності радіусом R , рівним дійсній довжині бічного ребра піраміди. Дійсну довжину ребра можна визначити по профільній проекції піраміди. Далі по дузі від будь-якої точки, наприклад a , відкладають шість однакових відрізків, рівних дійсній довжині сторони шестикутника — основи піраміди. Дійсну довжину сторони основи піраміди одержуємо на горизонтальній проекції (відрізок ab). Точки $a_1 - f_1$ з'єднують прямими з вершиною s_1 . Потім від вершини a , на цих прямих відкладають дійсні довжини відрізків ребер до січної площини.

На профільній проекції зрізаної піраміди є дійсні довжини тільки двох відрізків — $s''5''$ і $s''2''$. Дійсні довжини інших відрізків визначають способом обертання їх навколо осі, перпендикулярної до площини H через вершину s . Наприклад, повернувши відрізок $s''6''$ біля осі до положення, рівнобіжного площини W , одержимо на цій площині його дійсну довжину. Для цього досить через точку $6''$ провести горизонтальну пряму до перетинання з дійсною довжиною ребра SE (чи SB). Відрізок $s''6_0''$ являє собою дійсну довжину відрізка $S6$ (див. рис. 6).

Отримані точки $1_1, 2_1, 3_1$ і т.д. з'єднують прямими і добудовують фігури основи і перетину. Лінії згину на розгортці проводять штрихпунктирною лінією з двома точками.

Побудова ізометричної проекції зрізаної піраміди починають з побудови ізометричної проекції основи піраміди по розмірах, узятих з горизонтальної проекції

комплексного креслення. Потім на площині основи по координатах точок 1—6 будують горизонтальну проекцію перетину.

З вершини отриманого шестикутника проводять вертикальні прямі, на яких відкладають координати, узяті з фронтальної чи профільної проекцій призми, наприклад, відрізки K_1 , K_2 , K_3 і т.д. Отримані точки 1—6 з'єднуємо, одержуємо фігуру перетину. З'єднавши точки 1—6 з вершинами шестикутника, основи піраміди, одержимо ізометричну проекцію зрізаної піраміди. Невидимі ребра зображують штриховими лініями.

Приклад перетину трикутної неправильної піраміди площиною, що фронтально-проекує, показаний на мал. 7.

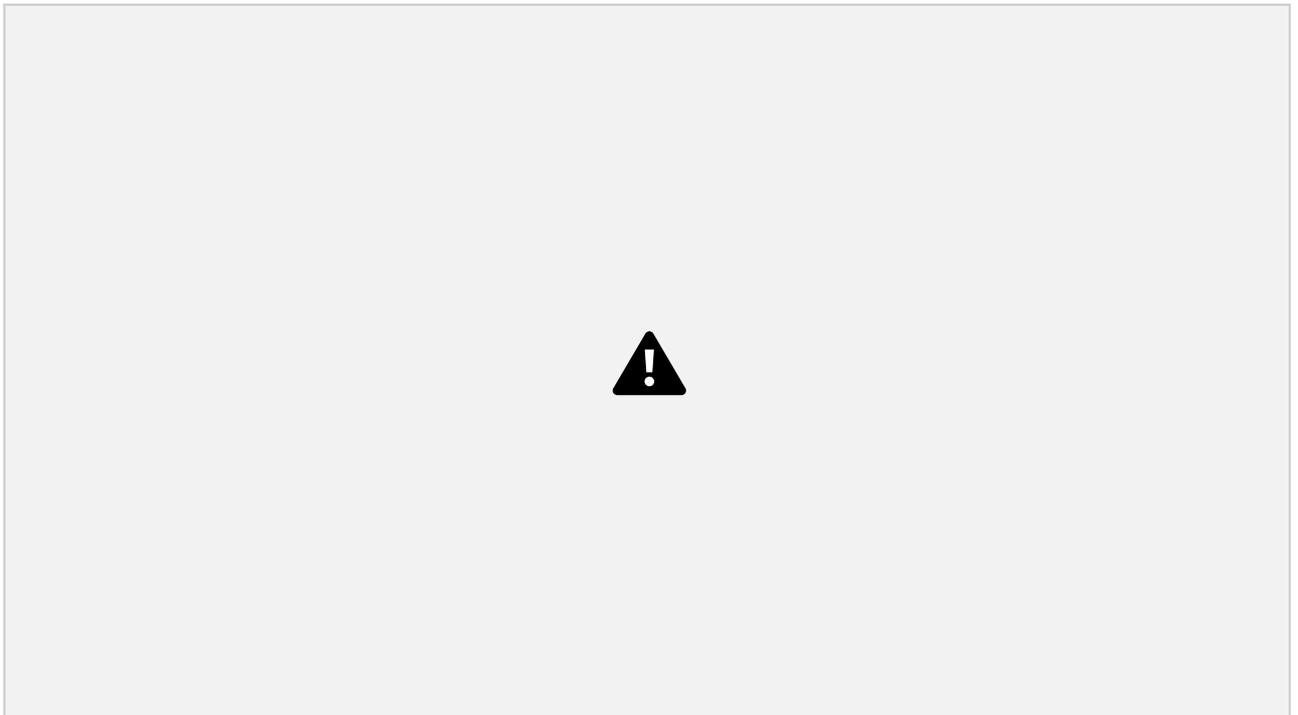


Рис. 7

Запитання для самоконтролю:

1. Яку фігуру отримують у разі перетину багатогранника площиною?
2. Що таке натуральна величина фігури перерізу?
3. Якими лініями на кресленні виконуються лінії згину розгорток?
4. Вправа 1. Побудувати комплексне креслення зрізаної піраміди та натуральну величину фігури перерізу, аксонометрію та розгортку зрізаної частини піраміди.

